

ANALISIS DINAMIK MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT KECANDUAN GAME ONLINE DENGAN MEMPERHATIKAN FAKTOR EDUKASI

DYNAMIC ANALYSIS OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE SPREAD OF ONLINE GAMING ADDICTION CONSIDERING THE EDUCATION FACTOR

Sri Wigantono^{1§}, Qonita Qurrota A'yun², Hardina Sandariria³, Andrea Tri Rian Dani⁴, Meirinda Fauziyah⁵

¹Laboratorium Pemodelan Matematika dan *Machine Learning*, Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman [sriwigantono@fmipa.unmul.ac.id]

²Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman [qonitaqurrota@fmipa.unmul.ac.id]

³Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman [hardinasandariria@fmipa.unmul.ac.id]

⁴Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman [andreatriandani@fmipa.unmul.ac.id]

⁵Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman [meirindafauziyah@fmipa.unmul.ac.id]

[§]Corresponding Author

Received 21th Oct 2024; Accepted 21th Nov 2024; Published 10th Des 2024;

Abstrak

Kecanduan bermain *game online* adalah bentuk penggunaan aplikasi permainan yang kurang bijak. Banyak dampak buruk dan masalah sosial muncul akibat dari kecanduan bermain *game online*. Pada penelitian ini dibahas model matematika penyebaran penyakit kecanduan bermain *game online* dengan memperhatikan faktor edukasi. Model ini bertipe SEAR yang terdiri atas empat kompartemen, yaitu *Susceptible* (rentan), *Exposed* (terpapar), *Addicted* (kecanduan), dan *Recovered* (sembuh). Kemudian, pada penelitian ini ditentukan titik setimbang, bilangan reproduksi dasar, dan dilakukan analisis kestabilan titik setimbang yang sudah diperoleh. Berdasarkan hasil analisis kestabilan titik setimbang, didapat bahwa titik setimbang bebas penyakit model bersifat stabil asimtotis jika bilangan reproduksi dasar bernilai kurang dari satu dan titik setimbang endemik bersifat stabil asimtotis jika bilangan reproduksi dasar bernilai lebih dari satu. Berdasarkan hasil simulasi numerik didapat bahwa ilustrasi kestabilan lokal titik setimbang sesuai dengan hasil analisis yaitu konvergen ke titik setimbangnya. Selain itu, dari hasil numerik juga menunjukkan keefektivitasan faktor edukasi pada model yaitu semakin tinggi tingkat edukasi, maka akan menurunkan populasi yang terpapar dan populasi kecanduan bermain *game online*.

Kata Kunci: Edukasi, *Game Online*, Kecanduan, Model SEAR

Abstract

Addiction to online gaming is a form of unwise use of gaming applications. Negative impacts and many social problems arise due to addiction to online gaming. In this paper, a mathematical model of the spread of online gaming addiction is discussed, taking into account the education factor. The model is of the SEAR type, consisting of four compartments: *Susceptible*, *Exposed*, *Addicted*, and *Recovered*. Furthermore, this study determines the equilibrium points, the basic reproduction number, and conducts a stability analysis of the obtained equilibrium points. Based on the stability analysis of the equilibrium points, it was found that the disease-free equilibrium point of the model is asymptotically stable if the

basic reproduction number is less than one, and the endemic equilibrium point is asymptotically stable if the basic reproduction number is greater than one. Based on numerical simulations, it was found that the local stability of the equilibrium point is consistent with the analysis results, meaning it converges to its equilibrium point. Additionally, the numerical results also show the effectiveness of the education factor in the model, where a higher level of education reduces the exposed and addicted population to online gaming

Keywords: Education, Online Games, Addicted, SEAR Model

1. Pendahuluan

Teknologi saat ini sangat mudah diakses. Kemudahan dalam mengakses teknologi dapat berdampak buruk jika tidak disikapi masyarakat dengan baik. Kelompok remaja merupakan kelompok usia terbanyak yang mengalami permasalahan dalam penggunaan teknologi seperti internet, *smartphone*, dan *game online*. Penggunaan *game online* telah mendapatkan banyak perhatian dari masyarakat luas dan permainan ini bisa dimainkan secara bersama-sama. Aplikasi *game online* dapat dipasang dan dimainkan pada beberapa media seperti komputer/laptop, konsol *game* dan *smatphone/Hand Phone (HP)*. *Game online* berdampak positif jika digunakan dengan baik seperti mengurangi rasa penat dan stres. Namun, saat ini, *game online* dimainkan dengan tidak bijak sehingga yang terjadi adalah kecanduan *game online* [1].

Kecanduan dalam bermain *game online* menimbulkan banyak permasalahan seperti sulitnya berkomunikasi dengan lingkungan sekitar, dengan keluarga dan juga dengan kerabat. Siswa yang kecanduan bermain *game online* akan tidak peduli dengan tugas yang diberikan oleh guru di sekolah, mengantuk saat kegiatan belajar mengajar, dan tidak memperhatikan guru yang

memberikan materi di kelas. Dampak pelaku kecanduan dalam lingkungan keluarga yaitu tidak peduli dengan perintah orang tua, tidak peduli nasihat orang tua, dan kurang berkomunikasi dengan keluarga [2]. Terdapat teknik konseling yang dapat mengurangi sifat kecanduan bermain *game online* diantaranya yaitu teknik *selfcontrol*, *selfmanagement*, *Rational Emotive Behaviour Therapy*, Kontrak perilaku, *Restructuring Cognitif*, *Cognitif Behaviour Therapy*, dan ada model yang digunakan untuk memberi stimulus agar pelaku kecanduan *game online* dapat meniru hal-hal baik dari yang dicontohkan konselor. Teknik ini menyertakan penerapan yang sistematis disertai prinsip belajar (edukasi) pada perbuatan tingkah laku cara yang lebih adaptif atau baik [2]. Selain itu, beberapa upaya pencegahan kecanduan *game online* antara lain *attention switching*, *dissuasion*, *education* (edukasi), *parental monitoring*, dan *resource restriction* [1].

Beberapa penelitian yang mengkaji masalah kecanduan dalam berbagai masalah sosial telah dikaji. Resmawan, dkk (2020) mengkaji model matematika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi yang menunjukkan bahwa dengan edukasi dapat menurunkan pengguna

narkoba dan peningkatan populasi yang berhenti menggunakan narkoba [3]. Permasalahan korupsi juga dikaji pada model matematika dinamika korupsi dengan pemberian edukasi dan kampanye, perbaikan sistem dan represif yang memberikan hasil yang efektif yaitu populasi rentan korupsi yang diberikan kendali berupa edukasi dan kampanye dapat menurun [4]. Karimah dan Subhan (2022) menganalisis stabilitas dan memberikan kontrol yang optimal pada model matematika kecanduan game online [5]. Selanjutnya, kajian tentang penyebaran kecanduan bermain *game online* dibahas oleh Li dan Guo (2019) yang menggunakan empat kompartemen yaitu *Susceptible*, *Infective*, *Professional*, dan *Quitting* [6]. Kemudian, Wijaya dan Maulana (2022) dalam penelitiannya mengkaji kembali pembahasan pada model yang dikaji oleh Li dan Guo (2019) dengan memperkecil populasi yaitu hanya untuk pelaku yang bermain *game online* pada gawai atau *smartphone* dan mengabaikan pemain profesional dalam bermain *game online* [7]. Model yang digunakan terdiri atas empat kompartemen yaitu *Susceptible*, *Exposed*, *Addictive*, dan *Recovered* (SEAR). Adanya edukasi pada beberapa masalah penyakit sosial seperti perilaku korupsi, penggunaan narkoba, dan kecanduan *game online* dapat mengatasi masalah ini. Berdasar latar belakang tersebut, maka penelitian ini mengkaji model matematika penyebaran penyakit kecanduan bermain *game online* SEAR yang mengacu pada Wijaya dan Maulana (2022) [7] dengan menambahkan faktor edukasi sebagai parameter pada model.

2. Landasan Teori

Pemodelan matematika adalah salah satu teknik untuk merepresentasikan suatu sistem kompleks dalam model matematika. Model matematika dapat dinyatakan dengan suatu sistem persamaan yang dapat merepresentasikan suatu permasalahan kompleks yang sedang diamati. Model matematika terdiri dari variabel, parameter, dan fungsi yang menyatakan relasi antara variabel dan parameter [8].

Pada penelitian ini, model dikonstruksi dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear. Sistem persamaan diferensial nonlinear dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t)$$

atau dapat ditulis $\frac{dx}{dt} = f(x(t), t)$. Jika fungsi $f_j = 0$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$ tidak bergantung secara eksplisit pada waktu, sistem disebut sebagai *time-invariant* [8]. Penelitian ini berfokus pada sistem *time-invariant* yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{dx}{dt} = f(x(t))$.

Kemudian, diberikan definisi tentang titik tetap (titik setimbang) yang dinyatakan pada Definisi 2.1.

Definisi 2.1. [8] (*Titik Tetap*) Misalkan diberikan sistem *autonomous* $y' = f(y(t))$. Titik c

merupakan titik setimbang dari sistem tersebut jika c merupakan solusi konstan dari sistem tersebut. Ini berarti bahwa $f(c) = 0$.

Selanjutnya, diberikan teorema terkait Matriks Jacobian yang digunakan untuk menentukan kestabilan lokal dari titik setimbang.

Teorema 2.2. [8] Diketahui sistem persamaan $x'(t) = f(x, y)$, $y'(t) = g(x, y)$ dengan f dan g merupakan fungsi yang diferensiabel dengan turunan parsial yang kontinu pada (x_0, y_0) . Misalkan matriks J adalah matriks Jacobian pada

$$\text{titik } (x_0, y_0) \text{ yaitu } J = \begin{pmatrix} f_x(x_0, y_0) & f_y(x_0, y_0) \\ g_x(x_0, y_0) & g_y(x_0, y_0) \end{pmatrix}.$$

Jika semua nilai eigen dari matriks J memiliki nilai negatif, maka titik setimbang (x_0, y_0) adalah stabil asimtotis. Jika salah satu dari nilai eigen tersebut bernilai positif, maka titik setimbang tersebut tidak stabil.

Salah satu konsep penting dalam pemodelan matematika untuk masalah epidemiologi adalah bilangan reproduksi dasar, yaitu rata-rata jumlah infeksi baru yang dihasilkan oleh adanya satu individu terinfeksi dalam populasi rentan. Bilangan reproduksi dasar dinotasikan dengan R_0 . Ekspresi R_0 merupakan nilai eigen terbesar dari *The Next Generation Matrix (NGM)* atau matriks generasi selanjutnya. R_0 dikonstruksi dengan membagi populasi kedalam kompartemen sesuai dengan statusnya terhadap penyakit serta fokus pada kompartemen terinfeksi. Kompartemen terinfeksi adalah grup individu yang terpapar maupun sudah dapat menularkan penyakit tersebut [8]. Langkah-langkah konstruksi R_0 yaitu

1. Mengkonstruksi matriks Jacobian dari vektor transmisi $\mathcal{F}$ dan vektor perpindahan $\mathcal{V}$ yang membentuk subsistem $\dot{x} = \mathcal{F} - \mathcal{V}$ dengan $\mathcal{F}$ adalah vektor transmisi atau terinfeksi baru dan $\mathcal{V}$ yaitu vektor perpindahan atau transisi. Elemen dari vektor $\mathcal{F}$ merupakan kejadian penularan yakni kejadian saat terjadi infeksi baru. Sedangkan elemen dari vektor $\mathcal{V}$ adalah semua perubahan atau perpindahan antar kompartemen termasuk kematian.
2. Mengkonstruksi matriks generasi selanjutnya yaitu $K = FV^{-1}$ dengan $F = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}$ dan $V = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}$.
3. Mencari bilangan reproduksi dasar dengan mencari nilai eigen terbesar dari matriks generasi selanjutnya pada keadaan bebas penyakit [8].

3. Hasil Dan Pembahasan

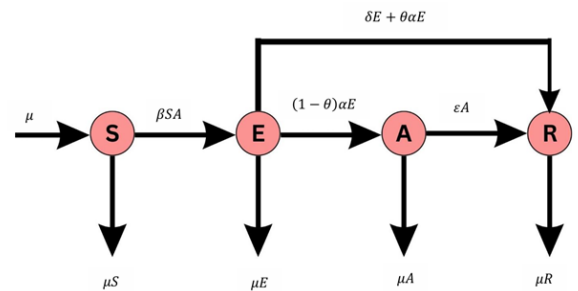
Pada bagian ini akan dikaji tentang pengkonstruksian model penyebaran penyakit kecanduan bermain *game online* SEAR dengan memperhatikan faktor edukasi. Model SEAR pada penelitian ini terdiri atas empat kompartemen yaitu subpopulasi *Susceptible* atau rentan (S), *Exposed* atau terpapar (E), *Addicted*/kecanduan (A), dan *Recovered*/sembuh (R).

3.1 Konstruksi Model Penyebaran Penyakit Kecanduan Game Online

Pelaku *game online* yang sudah kecanduan bermain akan menjadi sumber utama penyebaran penyakit kecanduan ke populasi yang rentan atau

populasi yang hanya jarang bermain *game online*. Penyakit kecanduan bermain *game online* dapat dipandang sebagai masalah penyakit endemik dan dapat disajikan dalam model matematika. Model yang akan dikaji adalah model yang dimodifikasi dari Wijaya dan Maulana (2022) [7] dengan asumsi-asumsi yang digunakan pada model yaitu hanya terdapat penyakit kecanduan *game online* saja, penyakit kecanduan menyebar karena pengaruh ajakan atau inspirasi bermain dari pecandu *game online* baik dari pemain profesional yang bekerja sebagai *gamer* maupun yang bukan sebagai pemain profesional, terdapat tingkat rekrutmen konstan yang masuk ke kelompok *Susceptible* yaitu individu baru yang mencoba *game online* pada perangkat orang lain karena penasaran atau faktor lain, individu yang bermain *game online* kurang dari 5 jam per hari akan dapat menjadi kecanduan atau menjadi sadar diri dan bosan sehingga menjadi sembuh (berhenti bermain atau menghapus *game online* dari HP/laptop) dengan diberikan parameter peluang perpindahan dari *Exposed* menuju *Addicted* maupun menuju *Recovered*, dan individu yang kecanduan dapat sembuh dari penyakit serta setiap individu dapat mengalami kematian alami. Faktor edukasi pencegahan kecanduan hanya ditambahkan sebagai parameter model pada kelompok *Exposed* yang terdeteksi mulai bermain *game online* kurang dari 5 jam per hari agar tidak menjadi pecandu *game online* dan memberi pemahaman terkait dampak negatifnya serta membantu mereka berhenti bermain *game online*. Asumsi selanjutnya adalah individu yang sembuh tidak akan bermain *game online* atau

memasang aplikasi *game online* lagi. Kemudian, berdasarkan asumsi tersebut didapat diagram transmisi model yang disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Transmisi Penyebaran Penyakit Kecanduan *Game Online* dengan Faktor Edukasi

Berdasarkan Gambar 1, didapat model matematika penyebaran penyakit kecanduan bermain *game online* dalam bentuk sistem persamaan diferensial yang dinyatakan pada Persamaan (1) hingga Persamaan (4) yaitu

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \beta SA - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SA - \alpha E - (\mu + \delta)E \quad (2)$$

$$\frac{dA}{dt} = (1 - \theta)\alpha E - \varepsilon A - \mu A \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \varepsilon A + \theta\alpha E + \delta E - \mu R \quad (4)$$

Keterangan variabel dan parameter pada Gambar 1 dan pada Persamaan (1) - (4) dapat dilihat pada Tabel 1. Pada Tabel 1 semua variabel bernilai nonnegatif, nilai parameter bernilai positif, dan $0 \leq \theta < 1$.

Tabel 1. Variabel dan parameter pada model SEAR penyebaran penyakit kecanduan bermain *game online* dengan faktor edukasi

Variabel/ Parameter	Keterangan	Syarat
t	Waktu dalam satuan hari	$t \geq 0$
$S(t)$	Jumlah Individu yang pernah bermain <i>game online</i> pada HP/laptop orang lain namun tidak memasang aplikasi <i>game online</i> pada HP/laptop milik sendiri	$S(t) \geq 0$
$E(t)$	Jumlah Individu yang memasang aplikasi <i>game online</i> pada HP/laptop milik sendiri dan bermain kurang dari 5 jam per hari	$E(t) \geq 0$
$A(t)$	Jumlah Individu yang memasang aplikasi <i>game online</i> pada HP/laptop milik sendiri dan bermain lebih dari 5 jam per hari (kecanduan)	$A(t) \geq 0$
$R(t)$	Jumlah Individu yang menghapus aplikasi <i>game online</i> pada HP/laptop milik sendiri atau berhenti bermain <i>game online</i>	$R(t) \geq 0$
μ	Laju rekrutmen/laju kematian alami	$\mu > 0$
β	Laju penularan penyakit kecanduan <i>game online</i>	$\beta > 0$
α	Laju perpindahan individu terpapar (E) karena menjadi kecanduan atau perpindahan karena bosan, sadar diri, dan berhenti bermain <i>game online</i>	$\alpha > 0$
δ	Laju edukasi individu dalam kelas terpapar (E)	$\delta > 0$
θ	Peluang individu terpapar (E) menjadi berhenti bermain/menghapus <i>game online</i> pada HP/laptop miliknya	$0 \leq \theta < 1$
ε	Laju individu yang tidak lagi kecanduan (sembuh) bermain <i>game online</i>	$\varepsilon > 0$

3.2 Titik Setimbang Model dengan Bilangan Reproduksi dasar

Titik setimbang dari sistem yang dinyatakan pada Persamaan (1) – (4) dapat diperoleh jika memenuhi memenuhi $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dA}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$ [9] sehingga Persamaan (1)-(4) dapat ditulis menjadi

$$\mu - \beta SA - \mu S = 0 \quad (5)$$

$$\beta SA - \alpha E - (\mu + \delta)E = 0 \quad (6)$$

$$(1 - \theta)\alpha E - \varepsilon A - \mu A = 0 \quad (7)$$

$$\varepsilon A + \theta\alpha E + \delta E - \mu R = 0 \quad (8)$$

Kemudian, dengan mengacu Persamaan (5) hingga Persamaan (8), didapat titik setimbang bebas penyakit E_0 dan titik setimbang endemik E_1 . Titik setimbang bebas penyakit pada penelitian ini adalah kondisi saat perilaku kecanduan *game online* tidak menyebar dalam suatu populasi atau tidak ada lagi individu yang kecanduan *game online* jika $E = 0$ dan $A = 0$. Secara matematis dapat ditulis $S > 0, E = 0, A = 0, R = 0$. Jadi, titik setimbang bebas penyakit yang didapat yaitu $E_0 = (S, E, A, R) = (1, 0, 0, 0)$.

Selanjutnya, titik setimbang endemik pada penelitian ini adalah kondisi saat perilaku kecanduan *game online* menyebar dalam suatu populasi atau terdapat individu yang kecanduan *game online* sehingga dapat ditulis $S > 0, E > 0, A > 0$ dan $R > 0$. Kemudian, dengan mengacu Persamaan (5) hingga Persamaan (8) didapat $(1 - \theta)\alpha E - \varepsilon A - \mu A = 0$ atau dapat ditulis

$$A = \frac{(1 - \theta)\alpha E}{\varepsilon + \mu} \quad (9)$$

Kemudian, substitusikan Persamaan (9) ke Persamaan (6) sehingga didapat

$$S^* = \frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha} \quad (10)$$

dan substitusikan Persamaan (9) dan Persamaan (10) ke Persamaan (5) sehingga diperoleh

$$E^* = \frac{\mu}{\alpha + \mu + \delta} \left(1 - \frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha} \right) \quad (11)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (11) ke

Persamaan (9), maka diperoleh

$$A^* = \Psi \left(1 - \frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha} \right) \quad (12)$$

dengan $\Psi = \frac{(1-\theta)\alpha}{\varepsilon + \mu} \left(\frac{\mu}{\alpha + \mu + \delta} \right)$.

Selanjutnya, substitusikan Persamaan (12) dan Persamaan (11) ke Persamaan (8) sehingga diperoleh

$$R^* = \frac{\varepsilon A^* + \theta \alpha E^* + \delta E^*}{\mu}. \quad (13)$$

Dengan demikian, diperoleh titik setimbang endemik dari model (1) – (4) yaitu

$$E_1 = \left(\frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha}, E^*, A^*, R^* \right)$$

Kemudian, dicari bilangan reproduksi dasar yang dapat dinotasikan dengan R_0 . Nilai dari R_0 dapat dicari dengan menentukan nilai eigen dominan atau nilai eigen terbesar dari matriks generasi selanjutnya atau *Next Generation Matrix* (NGM) [10]. Pencarian nilai R_0 berfokus pada subpopulasi kompartemen terinfeksi dari model sistem (1)-(4) yaitu $x = \begin{pmatrix} E \\ A \end{pmatrix}$. Kemudian, didapat

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathcal{F} - \mathcal{V} \\ &= \begin{pmatrix} \beta SA \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha E + \mu E + \delta E \\ -(1 - \theta)\alpha E + \varepsilon E + \mu A \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Matriks Jacobian dari $\mathcal{F}$ dan $\mathcal{V}$ secara berturut-turut yaitu

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & \beta S \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan } \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = \begin{pmatrix} \alpha + \mu + \delta & 0 \\ -(1 - \theta)\alpha & \varepsilon + \mu \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan titik setimbang bebas penyakit E_0 ke $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}$ dan $\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}$, maka didapat

$$F = \frac{\partial \mathcal{F}(E_0)}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$V = \frac{\partial \mathcal{V}(E_0)}{\partial x} = \begin{pmatrix} \alpha + \mu + \delta & 0 \\ -(1 - \theta)\alpha & \varepsilon + \mu \end{pmatrix}.$$

Dengan menggunakan matriks F dan V , didapat Matriks Generasi Selanjutnya / *Next Generation Matrix* (NGM) yang dinotasikan dengan K yaitu

$$K = FV^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)} & \frac{\beta}{\varepsilon + \mu} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Nilai eigen dari K adalah $\lambda_1 = \frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)} > 0$

dan $\lambda_2 = 0$ sehingga nilai eigen terbesarnya adalah $\frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}$. Dengan demikian, didapat

bilangan reproduksi dasar dari model penyebaran penyakit kecanduan bermain game online yaitu $R_0 = \frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}$.

3.3 Kestabilan Titik Setimbang

Kestabilan titik setimbang dapat ditentukan dengan melinierisasi sistem menggunakan matriks Jacobian. Selanjutnya, matriks Jacobian model sistem (1) - (4) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ \beta A & M & \beta S & 0 \\ 0 & N & -(\varepsilon + \mu) & 0 \\ 0 & \theta\alpha + \delta & \varepsilon & -\mu \end{pmatrix} \quad (14)$$

dengan $L = -\beta A - \mu$; $M = -(\alpha + \mu + \delta)$; dan $N = (1 - \theta)\alpha$.

Syarat kestabilan titik setimbang bebas penyakit dan endemik berdasarkan matriks Jacobian pada Persamaan (14) dinyatakan pada Teorema 3.1 dan Teorema 3.2.

Teorema 3.1 *Titik setimbang bebas penyakit E_0 dari model sistem (1)-(4) stabil asimtotis lokal jika $R_0 < 1$.*

BUKTI. Kestabilan model di titik setimbang bebas penyakit ditentukan berdasarkan matriks Jacobian dari titik E_0 . Substitusikan nilai E_0 , sehingga didapat $J(E_0)$ yaitu

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha + \mu + \delta) & \beta & 0 \\ 0 & (1 - \theta)\alpha & -(\varepsilon + \mu) & 0 \\ 0 & \theta\alpha + \delta & \varepsilon & -\mu \end{pmatrix}$$

Nilai eigen $J(E_0)$ merupakan solusi persamaan karakteristik $|\lambda I - J(E_0)| = 0$. Selanjutnya, didapat $\lambda_1 = \lambda_2 = -\mu$,

$$\lambda_3 = \frac{-M + \sqrt{M^2 - 4((\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu) - \beta(1 - \theta)\alpha)}}{2}$$

$$\lambda_4 = \frac{-M - \sqrt{M^2 - 4((\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu) - \beta(1 - \theta)\alpha)}}{2}$$

dengan $M = \alpha + \mu + \delta + \varepsilon + \mu$. Karena semua parameter bernilai positif, maka $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4$ memiliki bagian real negatif sehingga titik setimbang bebas penyakit E_0 stabil asimtotis jika $\lambda_3 < 0$ yaitu $M > \sqrt{M^2 - 4O_1}$ dengan $O_1 = (\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu) - \beta(1 - \theta)\alpha$. Dari sini, didapat $\beta(1 - \theta)\alpha < (\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)$ atau dapat ditulis $R_0 = \frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)} < 1$. $\square$

Kemudian, diberikan sifat kestabilan untuk titik setimbang endemik E_1 yang diberikan dalam Teorema 3.2.

Teorema 3.2. Titik setimbang endemik E_1 dari model (1)-(4) stabil asimtotis lokal jika $R_0 > 1$.

BUKTI. Titik setimbang endemik E_1 dari model sistem (1)-(4) dapat diselidiki kestabilannya berdasarkan nilai eigen matriks Jacobian dari E_1 yaitu $J(E_1) = W$ dengan

$$W = \begin{pmatrix} -(\beta A^* + \mu) & 0 & 0 & 0 \\ \beta A^* & -(\alpha + \mu + \delta) & \beta S^* & 0 \\ 0 & (1 - \theta)\alpha & -(\varepsilon + \mu) & 0 \\ 0 & \theta\alpha + \delta & \varepsilon & -\mu \end{pmatrix}$$

Nilai Eigen $J(E_1)$ adalah akar dari persamaan karakteristik $|\lambda I - J(E_1)| = 0$ atau

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \beta A^* + \mu)[\lambda^2 + M\lambda + N] = 0$$

dengan $M = \alpha + \mu + \delta + \varepsilon + \mu$ dan

$$N = (\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu) - \beta S^*(1 - \theta)\alpha$$

Selanjutnya, diperoleh nilai eigen dari matriks $J(E_1)$ yaitu $\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = -(\beta A^* + \mu)$ dan $\lambda_3 = -\frac{M + \sqrt{M^2 - 4N}}{2}$, $\lambda_4 = -\frac{M - \sqrt{M^2 - 4N}}{2}$ dengan

$$A^* = \frac{(1 - \theta)\alpha}{\varepsilon + \mu} \left(\frac{\mu}{\alpha + \mu + \delta} \right) \left(1 - \frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha} \right)$$

Selanjutnya, λ_1, λ_3 dan λ_4 bernilai negatif (bagian real negatif) karena semua parameter bernilai positif sehingga titik endemik E_1 stabil asimtotis jika memenuhi nilai eigen $\lambda_2 < 0$ yaitu $-(\beta A^* + \mu) < 0$ atau dengan kata lain $\beta A^* + \mu > 0$. Karena $\beta, \mu > 0$, maka $\beta A^* + \mu > 0$ terpenuhi jika A^* eksis atau $A^* > 0$ yaitu berlaku

$$\frac{(1 - \theta)\alpha}{\varepsilon + \mu} \left(\frac{\mu}{\alpha + \mu + \delta} \right) \left(1 - \frac{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)}{\beta(1 - \theta)\alpha} \right) > 0$$

atau ditulis $R_0 = \frac{\beta(1 - \theta)\alpha}{(\alpha + \mu + \delta)(\varepsilon + \mu)} > 1$. $\square$

3.4 Simulasi Numerik

Simulasi dilakukan dengan menggunakan ode45 pada software Matlab untuk menyelesaikan persamaan diferensial model (1) - (4). Simulasi ini dapat memberikan ilustrasi kestabilan titik setimbang model SEAR ini. Simulasi untuk titik setimbang E_0 dilakukan dengan menggunakan dengan nilai parameter yang merujuk pada Wijaya dan Maulana (2022) [7] dan nilai-nilai parameter lain yang memenuhi syarat kestabilan titik setimbang E_0 . Nilai-nilai parameter yang digunakan pada simulasi titik setimbang E_0 disajikan pada Tabel 2.

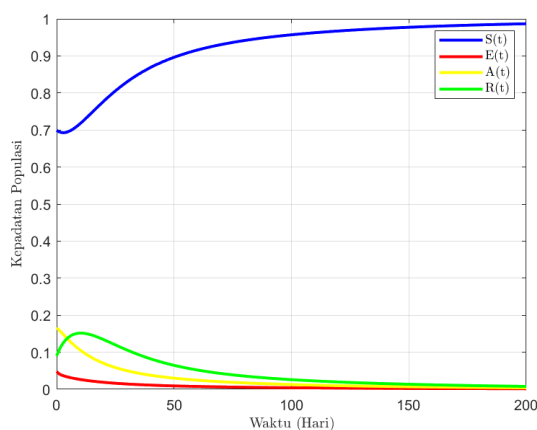
Nilai awal yang digunakan diambil dari Li dan Guo (2019) [6]. Total populasi adalah 829 (juta). Kemudian, Li dan Guo (2019)

mengasumsikan nilai awal populasi rentan adalah 538 (juta) atau 0,699 dari total populasi, nilai awal populasi terpapar adalah 138 (juta) atau 0,048 dari total populasi, nilai awal populasi pecandu adalah 138 (juta) atau 0,17 dari total populasi, dan nilai awal populasi sembuh adalah 71 (juta) atau 0,09 dari total populasi. Pada simulasi numerik digunakan nilai awal dalam bentuk prosentase yaitu $S(0) = 0,7$; $E(0) = 0,048$; $A(0) = 0,17$; dan $R(0) = 0,09$.

Tabel 2. Nilai parameter titik setimbang bebas penyakit E_0

Parameter	Nilai	Keterangan
μ	0,1	(Wijaya dan Maulana, 2022)
β	0,3	(Wijaya dan Maulana, 2022)
α	0,7	(Wijaya dan Maulana, 2022)
δ	0,1	Asumsi
θ	0,4	Asumsi
ε	0,05	(Wijaya dan Maulana, 2022)

Berdasarkan nilai parameter dari Tabel 2 didapat nilai $R_0 = 0,93$ yang artinya $R_0 < 1$ sehingga titik setimbang bebas penyakitnya yaitu $E_0 = (1; 0; 0; 0)$ stabil asimtotis. Hasil simulasi titik setimbang bebas penyakit yang diperoleh disajikan pada Gambar 2.

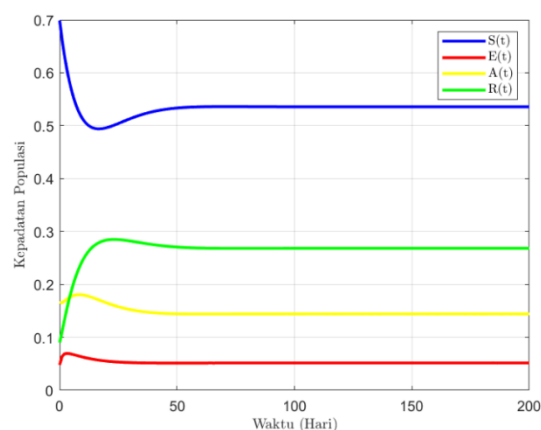


Gambar 2. Grafik simulasi model pada titik setimbang bebas penyakit E_0

Gambar 2 menunjukkan bahwa populasi rentan (S) pada waktu awal menurun namun

kemudian naik hingga hari ke 200 serta konvergen menuju titik 1. Populasi terpapar (E) dan populasi yang kecanduan (A) pada waktu awal mengalami penurunan hingga hari ke 200 menuju ke titik 0. Populasi yang sembuh (R) pada waktu awal mengalami kenaikan namun menurun hingga hari ke 200 menuju titik 0. Dengan demikian, berdasarkan Gambar 2, untuk jangka waktu yang panjang, populasi yang kecanduan (A) akan terus mengecil dan penularan akan terus menurun hingga terbebas dari penyakit kecanduan bermain *game online*.

Selanjutnya, dilakukan simulasi dengan mengganti nilai parameter β menjadi 0,6 sehingga nilai $R_0 = 1,86$ yang artinya $R_0 > 1$ sehingga titik setimbang endemik $E_1 = (0,56; 0,05; 0,14; 0,27)$ stabil asimtotis. Hasil simulasi titik setimbang endemik terlihat pada Gambar 3.

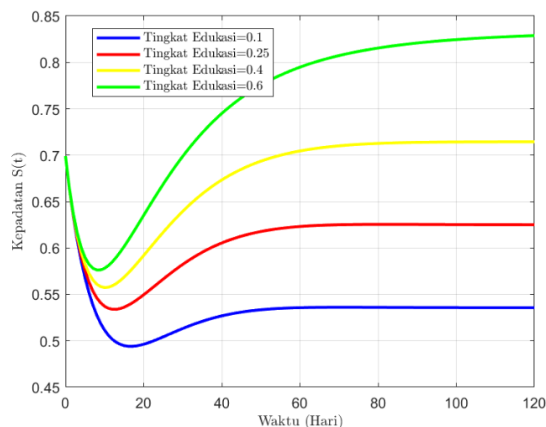


Gambar 3. Grafik simulasi model pada titik setimbang endemik E_1

Berdasarkan Gambar 3 terlihat populasi rentan (S) pada waktu awal menurun namun kemudian naik dan konvergen menuju titik 0,54 hingga hari ke 200. Populasi terpapar (E) pada

waktu awal mengalami kenaikan lalu turun konvergen ke titik 0,05 hingga hari ke 200. Populasi yang kecanduan (A) pada waktu awal mengalami kenaikan lalu turun dan konvergen ke titik 0,14 hingga hari ke 200. Populasi yang sembuh (R) pada waktu awal mengalami kenaikan namun menurun menuju titik 0,27 hingga hari ke 200. Ini berarti dalam jangka waktu yang panjang, populasi yang kecanduan masih eksis dan belum bebas dari penyakit kecanduan bermain *game online*.

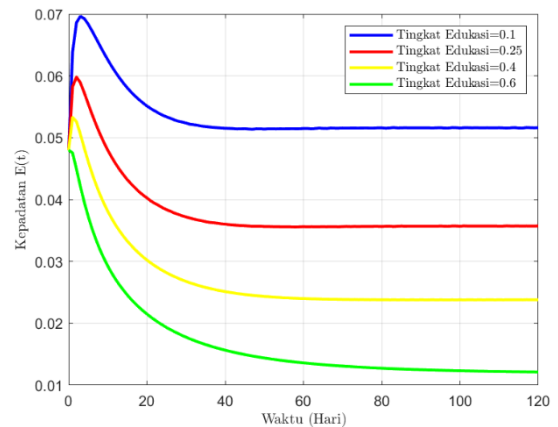
Selanjutnya, dilakukan simulasi untuk titik setimbang endemik E_1 dengan memberikan nilai tingkat edukasi δ berbeda-beda yaitu $\delta = 0,1$; $\delta = 0,25$; $\delta = 0,4$; dan $\delta = 0,6$ yang memenuhi syarat kestabilan E_1 yaitu $R_0 > 1$ untuk mengetahui pengaruh faktor edukasi pada model. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 4, Gambar 5, Gambar 6, dan Gambar 7.



Gambar 4. Pengaruh edukasi pada populasi rentan atau *Susceptible* (S)

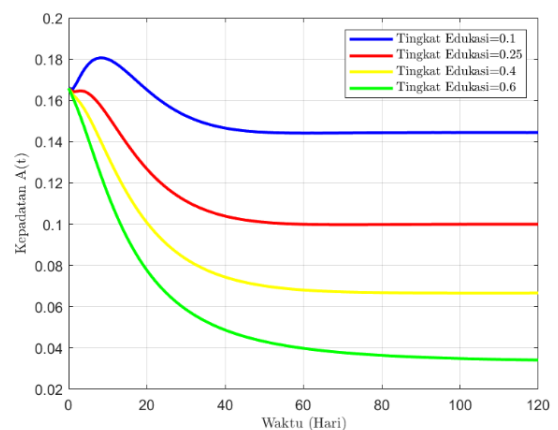
Gambar 4 menunjukkan bahwa dengan seiring berjalannya waktu, semakin besar nilai parameter tingkat edukasi, populasi rentan (S) akan semakin tinggi atau mengalami kenaikan. Hal ini disebabkan oleh berkurangnya individu yang

kecanduan akibat naiknya pemberian edukasi sehingga interaksi dengan yang kecanduan akan semakin kecil. Interaksi yang semakin kecil ini membuat semakin sedikit pula berkurangnya populasi rentan.



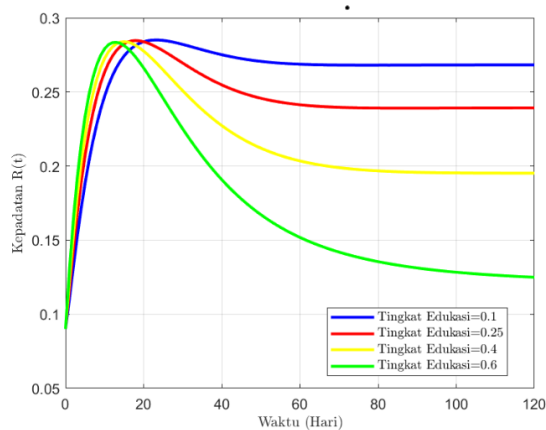
Gambar 5. Pengaruh edukasi pada populasi terpapar atau *Exposed* (E)

Gambar 5 memperlihatkan semakin besar pemberian edukasi agar tidak menjadi kecanduan dan berhenti bermain *game online*, maka semakin besar perpindahan individu terpapar yang akan menjadi individu yang berhenti bermain *game online* sehingga populasi terpapar semakin lebih sedikit.



Gambar 6. Pengaruh edukasi pada populasi kecanduan atau *Addicted* (A)

Gambar 6 menunjukkan bahwa semakin besar tindakan edukasi yang diberikan, maka populasi yang kecanduan akan semakin sedikit. Hal ini terjadi karena individu yang kecanduan berasal dari individu yang terpapar (E), namun karena individu terpapar semakin sedikit karena naiknya tingkat edukasi, maka individu yang masuk pada kelompok kecanduan akan semakin berkurang.



Gambar 7. Pengaruh edukasi pada populasi sembuh atau *Recovered* (R)

Gambar 7 menunjukkan bahwa pada awal waktu, semakin besarnya perlakuan edukasi pada populasi yang terpapar (E) mengakibatkan peningkatan populasi yang sembuh (R) menjadi cukup tinggi. Akibatnya, jumlah individu yang sembuh mengalami peningkatan yang cukup tinggi. Namun, seiring berjalannya waktu, penurunan individu yang terpapar (E) dan individu yang kecanduan (A) akibat naiknya tingkat edukasi menyebabkan individu yang masuk pada kelompok yang sembuh (R) akan semakin berkurang.

4. Kesimpulan Dan Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dikaji pada model matematika penyebaran

penyakit kecanduan bermain *game online* tipe SEAR dengan pemberian faktor edukasi pada model, maka didapatkan bilangan reproduksi dasar $R_0 = \frac{\beta(1-\theta)\alpha}{(\alpha+\mu+\delta)(\varepsilon+\mu)}$, titik setimbang bebas penyakit $E_0 = (1; 0; 0; 0)$ yang bersifat stabil asimtotis jika $R_0 < 1$, dan titik setimbang endemik $E_1 = \left(\frac{(\alpha+\mu+\delta)(\varepsilon+\mu)}{\beta(1-\theta)\alpha}; E^*; A^*; R^* \right)$ dengan $E^* = \frac{\mu}{\alpha+\mu+\delta} \left(1 - \frac{(\alpha+\mu+\delta)(\varepsilon+\mu)}{\beta(1-\theta)\alpha} \right)$, $A^* = \frac{(1-\theta)\alpha}{\varepsilon+\mu} \left(\frac{\mu}{\alpha+\mu+\delta} \right) \left(1 - \frac{(\alpha+\mu+\delta)(\varepsilon+\mu)}{\beta(1-\theta)\alpha} \right)$ serta $R^* = \frac{\varepsilon A^* + \theta \alpha E^* + \delta E^*}{\mu}$ yang bersifat stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Hasil simulasi numerik yang diperoleh menunjukkan bahwa titik setimbang E_0 dan E_1 bersifat stabil asimtotis lokal. Selain itu, berdasarkan hasil simulasi juga diperoleh bahwa semakin besar nilai tingkat edukasi, maka akan meningkatkan keefektifan dalam mengurangi populasi terpapar (E) serta mengurangi populasi yang kecanduan bermain *game online* (A).

5. Ucapan Terima Kasih

Terima kasih kepada semua pihak yang membantu penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] E. Novrialdy, "Kecanduan Game Online pada Remaja: Dampak dan Pencegahannya," *Buletin Psikologi*, vol. 27, no. 2, p. 148, Dec. 2019, doi: 10.22146/buletinpsikologi.47402.
- [2] V. P. Firmada and B. D. Wiyono, "Penggunaan Teknik Konseling untuk Mereduksi Kecanduan Game Online pada Peserta Didik: Systematic Literature Review," *Jurnal BK UNESA*, pp. 1090–1099, 2022.
- [3] Resmawan, M. Eka, Nurwan, and N. Achmad, "Analisis Kontrol Optimal Pada

- Model Matematika Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi,” *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, vol. 17, no. 2, pp. 238–248, Nov. 2020, doi: 10.22487/2540766x.2020.v17.i2.15201.
- [4] A. Wahid, S. Toaha, and Kasbawati, “Kontrol Optimal Model Matematika Dinamika Korupsi dengan Pemberian Edukasi dan Kampanye, Perbaikan Sistem, dan Represif,” *Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*, vol. 6, no. 1, pp. 53–68, 2023.
- [5] P. Karimah and M. Subhan, “Analisis Stabilitas dan Kontrol Optimal Model Matematika Kecanduan Game Online,” *Journal Of Mathematics UNP*, vol. 7, no. 3, pp. 99–109, 2022.
- [6] T. Li and Y. Guo, “Stability and optimal control in a mathematical model of online game addiction,” *Filomat*, vol. 33, no. 17, pp. 5691–5711, 2019, doi: 10.2298/FIL1917691L.
- [7] Y. B. S. Wijaya and D. A. Maulana, “Model Dinamika Kecanduan Game Online pada Gawai,” *MATHunesa Jurnal Ilmiah Matematika*, vol. 10, no. 2, pp. 299–307, 2022.
- [8] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika*. Pekalongan: PT. Nasya Expanding Management, 2022.
- [9] S. L. Campbell and R. Haberman, *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems*. New Jersey: Princeton University Press, 2008.
- [10] P. Van Den Driessche and J. Watmough, “Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission,” *Mathematical Biosciences*, pp. 29–48, 2002, [Online]. Available: www.elsevier.com/locate/mbs