

SEBUAH PENDEKATAN BARU DARI UKURAN KESAMAAN DAN KOMPLEMEN PADA *STRAIT FUZZY SETS*

A NEW APPROACH OF SIMILARITY MEASURE AND COMPLEMENT ON STRAIT FUZZY SETS

Jamaluddin Ashari¹, Admi Nazra^{2§}, Aqilul Asra³, Yanita⁴

¹Universitas Andalas, Padang, Indonesia [2320432009_jamaluddin@student.unand.ac.id]

²Universitas Andalas, Padang, Indonesia [nazra@sci.unand.ac.id]

³Universitas Muhammadiyah Sumatera Barat, Indonesia [aqilulasra@gmail.com]

⁴Universitas Andalas, Padang, Indonesia [yanita@sci.unand.ac.id]

[§]Corresponding Author

Received 29th Mar 2025; Accepted 05th Jun 2025; Published 30th Jun 2025;

Abstrak

Teori himpunan *fuzzy* telah menjadi alat yang efektif dalam menangani ketidakpastian dan ketidaktepatan dalam berbagai bidang, seperti pengambilan keputusan, sistem kendali, dan analisis data. Salah satu pengembangan terkini dalam teori ini adalah konsep *Strait Fuzzy Sets* (SFS), yang menawarkan pendekatan lebih efisien dibandingkan dengan himpunan *fuzzy* konvensional. Ukuran kesamaan pada SFS memainkan peran penting dalam berbagai aplikasi, termasuk klasifikasi, pengenalan pola, dan sistem pendukung keputusan. Artikel ini mengusulkan pendekatan baru dalam menentukan ukuran kesamaan pada SFS serta mendefinisikan operasi komplemen baru yang berbeda dibandingkan komplemen yang telah ada. Komplemen yang diusulkan bersifat tunggal, berbeda dari pendekatan sebelumnya yang bersifat majemuk, sehingga lebih mudah diimplementasikan dan dianalisis secara aljabar. Selain itu, ukuran kesamaan baru mempertimbangkan jumlah partisi dalam SFS, yang secara teoritis meningkatkan akurasi pengukuran kesamaan dibandingkan metode konvensional. Dengan mempertimbangkan pengaruh jumlah partisi, pendekatan ini memberikan ukuran kesamaan yang lebih representatif terhadap sifat dasar SFS. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa metode ini memberikan hasil yang lebih stabil dan konsisten dalam berbagai skenario, terutama dalam kondisi data dengan tingkat ketidakpastian tinggi. Studi ini membuka peluang penerapan lebih lanjut dalam berbagai bidang, seperti sistem pengambilan keputusan berbasis *fuzzy*, dan pemodelan ketidakpastian.

Kata Kunci: Komplemen Terbatas; *Strait Fuzzy Sets*; Ukuran Kesamaan

Abstract

Fuzzy set theory has become an effective tool in dealing with uncertainty and imprecision in areas such as decision making, control systems, and data analysis. One of the recent developments in this theory is the concept of Strait Fuzzy Sets (SFS), which offers a more efficient approach compared to conventional fuzzy sets. Similarity measures in SFS play an important role in various applications, including classification, pattern recognition, and decision support systems. This article proposes a new approach in determining similarity measures in SFS and defines a new complement operation that is different from than existing complement. The proposed complement is singular, different from the previous approach which is compound, making it easier to implement and analyse algebraically. In addition, the new similarity measure considers the number of partitions in SFS, which theoretically improves the accuracy of the similarity measure compared to conventional methods. By considering the influence of the number

of partitions, this approach provides a similarity measure that is more representative of the nature of SFS. Experimental results show that this method provides more stable and consistent results in various scenarios, especially in data conditions with high levels of uncertainty. This study opens up further application opportunities in various fields, such as fuzzy-based decision-making systems, and uncertainty modelling.

Keywords: *Restricted Complement ; Similarity Measure; Strait Fuzzy Sets*

1. Pendahuluan

Fuzzy set theory, yang diperkenalkan oleh Zadeh (1965), telah menjadi alat yang sangat berguna dalam menangani ketidakpastian dan ketidaktepatan dalam berbagai bidang ilmu, termasuk pengambilan keputusan, sistem kendali, dan analisis data [1]. Teori *Fuzzy Set* mengkaji nilai keanggotaan suatu objek yang berada pada interval $[0,1]$ [2, 3]. Logika *fuzzy* adalah bentuk logika multinilai di mana nilai sebenarnya dari variabel dapat berupa bilangan riil (nilai eksak) antara 0 dan 1, keduanya inklusif. Sistem *fuzzy* sebagai subjek dikembangkan untuk memodelkan ketidakpastian, ambiguitas, dan ketidakjelasan yang ada dalam proses berpikir manusia.

Salah satu pengembangan terbaru dalam teori ini adalah konsep *Strait Fuzzy Sets* (SFS), yang menawarkan pendekatan baru dalam merepresentasikan ketidakpastian dengan lebih efisien dibandingkan dengan *fuzzy sets* konvensional [4–6]. *Strait fuzzy set* mempartisi interval $[0,1]$ sehingga objek-objek yang ada terbagi atas kelompok-kelompok objek [4]. *Strait fuzzy set* memiliki nilai kelompok keanggotaan tidak ditentukan secara tepat, melainkan dinyatakan dalam interval yang memungkinkan variasi dalam derajat keanggotaan. Konsep ini membantu untuk menangani ketidakpastian dan ambiguitas dalam data yang sering kali dihadapi dalam pengambilan keputusan dan analisis informasi, serta

memberikan cara yang lebih fleksibel untuk menggambarkan hubungan dan keanggotaan dalam berbagai konteks. *Strait fuzzy set* memainkan peran penting dalam menentukan kesamaan antara elemen dalam konteks keputusan yang kompleks. Pendekatan ukuran kesamaan ini tidak hanya memperkuat pemahaman tentang struktur *strait fuzzy set*, tetapi juga aplikasinya dalam situasi praktis, seperti pengambilan keputusan [4].

Dalam konteks lain, ukuran kesamaan antara dua *fuzzy sets* memainkan peran penting dalam berbagai aplikasi, termasuk klasifikasi, pencocokan pola, dan pengenalan citra [7]. Ukuran kesamaan adalah metode penting untuk mengukur informasi yang tidak pasti. Ukuran kesamaan sangat berguna di beberapa bidang, seperti prediksi pasar, pengenalan pola, pengambilan keputusan, pembelajaran mesin, dan diagnosis medis. Berbagai ukuran kesamaan dalam literatur telah dijelaskan, dan studi perbandingan antara berbagai pasangan *fuzzy set* telah disajikan. Beberapa penulis secara sistematis memberikan definisi aksioma tentang ukuran kesamaan *fuzzy set* dan membahas sifat-sifat dasarnya [6, 8, 9]. Beg dan Ashraf [10] mengusulkan serangkaian aksioma bahwa suatu nilai dalam rentang $[0, 1]$ harus memenuhi tingkat atau ukuran kesamaan antara dua himpunan bagian *fuzzy* dari suatu semesta tertentu. Omran

dan Hassaballah [11] mempelajari penjumlahan dan perkalian pada ukuran kesamaan *fuzzy set*. Kang dkk. [12] mengusulkan pengukuran jarak dan kesamaan berbasis keraguan baru pada *fuzzy set*. Li dkk. [13] mengusulkan tiga pendekatan berbeda untuk mengukur kesamaan antara dua *fuzzy set* bernilai interval. Deng dkk. [14] mendeskripsikan ukuran kesamaan monotonik pada *fuzzy set* bernilai interval dan menyelidiki sifat monotonisitas dan aplikasinya. Serta, Atagun dan Kamaci [4] yang menentukan ukuran kesamaan dalam konteks kelompok keanggotaan.

Oleh karena itu, penelitian kali ini bertujuan untuk mengembangkan pendekatan baru dalam menentukan operasi komplemen baru yang disebut komplemen terbatas dan mengkonstruksi ukuran kesamaan baru pada *strait fuzzy sets* yang berguna untuk meningkatkan akurasi dalam pengambilan keputusan yang melibatkan data yang bersifat *strait fuzzy sets*.

2. Landasan Teori

Pada bagian ini akan dijelaskan beberapa teori dasar untuk mendukung dalam penentuan ukuran kesamaan baru dan komplemen baru dari *strait fuzzy sets* (SFS). Konsep yang dibutuhkan tersebut antara lain definisi *fuzzy sets*, komplemen *fuzzy sets*, konsep partisi dan definisi SFS, komplemen SFS, subset dan kesamaan pada SFS, serta ukuran kesamaan SFS yang sudah ada. Agar memudahkan kepenulisan pada artikel ini, berikut disepakati beberapa notasi yang digunakan dalam artikel ini, antara lain $\widetilde{SF}(\Psi)$ menyatakan himpunan semua *strait fuzzy sets* atas Ψ , $\widetilde{SF}(V)$ menyatakan himpunan semua *strait fuzzy sets* Ψ^s

untuk semua Ψ atas himpunan objek V , $\widetilde{SF}(V)^*$ menyatakan himpunan semua *strait fuzzy sets* Ψ^s untuk semua Ψ atas himpunan objek V , dengan syarat kardinalitas partisi $[0,1]$ dari $\Psi^s > 1$, $\sup Y_a := Y_a^+$, dan $\inf Y_a := Y_a^-$.

Definisi 2.1 [1] Misalkan $V \neq \emptyset$ adalah himpunan objek-objek, maka **fuzzy set** (FS) Ψ atas V adalah himpunan

$$\Psi := \{ (x, \psi(x)) \mid x \in V \}$$

di mana, $\psi : V \rightarrow [0,1]$ adalah fungsi keanggotaan dari himpunan V .

Definisi 2.2 [1] Untuk sembarang *fuzzy set* Ψ atas V . **Komplemen** dari Ψ yang dinotasikan dengan Ψ^c didefinisikan sebagai,

$$\Psi^c := \{ (x, \psi^c(x)) \mid x \in V \}$$

di mana, $\psi^c(x) := 1 - \psi(x)$.

Definisi 2.3 [4] Misalkan $\mathfrak{P}[0,1] = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \dots\}$ adalah koleksi dari partisi α_p pada interval $[0,1]$ dan $\alpha_p = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$. Jika $Y_i^+ = Y_j^-$ untuk $i, j \in \{1, 2, \dots, r\}$, maka Y_i dan Y_j disebut **interval berurutan pada partisi** α_p dan dinotasikan dengan $Y_i < Y_j$.

Definisi 2.4 [4] Misalkan $\mathfrak{P}[0,1] = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \dots\}$, $\alpha_p = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$ dan Ψ adalah *fuzzy set* atas V . Jika untuk setiap $Y_i \in \alpha_p$ ($i = 1, 2, \dots, r$) terdapat paling sedikit satu $v \in V$ sedemikian sehingga $\psi(v) \in Y_i$, maka **Strait Fuzzy Set** atas Ψ dengan menggunakan α_p dilambangkan dengan $\Psi^s(\alpha_p)$ dan didefinisikan sebagai

$$\Psi^s(\alpha_p) = \{Y_i(v) \mid i \in \{1, 2, \dots, r\}, v \in V\}$$

di mana (v) menyatakan himpunan yang berisi paling sedikit satu $v \in V$ sedemikian sehingga $\psi(v) \in Y_i$.

Jika tidak menimbulkan keraguan, $\Psi^s(\alpha_p)$ akan dinotasikan dengan Ψ^s saja, kecuali jika ada penjelasan lain.

Definisi 2.5 [4] Misal Ψ^s suatu SFS atas FS Ψ atas himpunan V , dengan $\Psi^s = \{Y_a(v) | a \in \{1, 2, \dots, r\}, v \in V, \psi(v) \in Y_a\}$, di mana $\alpha_k \in \mathfrak{P}[0, 1]$ dengan $\alpha_k = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$. **Komplemen** dari suatu SFS didefinisikan sebagai,

$$(\Psi^s)^c := (\Psi^c)^s$$

$$= \{Y_a(v) | a \in \{1, 2, \dots, r\}, v \in V, \psi^c(v) \in Y_a\}$$

di mana, $\psi^c(x) \in Y_i \neq Y_j \ni \psi(x)$ dengan $i \neq j$, untuk setiap $x \in V$, sedemikian sehingga setiap Y_a mengandung himpunan tak kosong (v) .

Definisi 2.6 [4] Untuk sembarang SFS, $\Psi^s = \{Y_a(v) | a \in \{1, 2, \dots, r\}, v \in V, \psi(v) \in Y_a\}$ dan $\Omega^s = \{W_b(v) | b \in \{1, 2, \dots, t\}, v \in V, \omega(v) \in W_b\}$, di mana $\mathfrak{P}[0, 1] = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_l, \dots\}$, dengan $\alpha_k = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$ dan $\alpha_l = \{W_1, W_2, \dots, W_t\}$ didefinisikan,

1. Jika $(\forall v \in V)(\exists! b \in \{1, 2, \dots, t\})$ sedemikian sehingga $\psi(v) \in Y_a \subseteq W_b$, maka Ψ^s disebut **strait fuzzy subset** dari Ω^s dan dinotasikan dengan $\Omega^s \subseteq_s \Psi^s$;
2. Jika $\Psi^s \subseteq_s \Omega^s$ dan $\Psi^s \supseteq_s \Omega^s$, maka Ψ^s dan Ω^s disebut **strait equal fuzzy sets** dan dinotasikan dengan $\Psi^s =_s \Omega^s$;
3. $\Psi^s \cup \Omega^s = (\Psi \cup \Omega)^s$;
4. $\Psi^s \cap \Omega^s = (\Psi \cap \Omega)^s$;

Definisi 2.7 [4] Misalkan Ψ^s dan Θ^s suatu strait fuzzy set atas himpunan objek-objek $V =$

$\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Suatu fungsi $\mathcal{N}: \widetilde{SF}(V)^* \times \widetilde{SF}(V)^* \rightarrow [0, 1]$. $\mathcal{N}(\Psi^s, \Theta^s)$ disebut sebagai **ukuran kesamaan** antara Ψ^s dan Θ^s , jika $\mathcal{N}(\Psi^s, \Theta^s)$ memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $\mathcal{N}(\Psi^s, (\Psi^s)^c) = 0$ jika V himpunan tegas,
2. $\mathcal{N}(\Psi^s, \Theta^s) = 1$ jika dan hanya jika $\Psi^s =_s \Theta^s$,
3. $\mathcal{N}(\Psi^s, \Theta^s) = \mathcal{N}(\Theta^s, \Psi^s)$,
4. Jika $\Psi^s \subseteq \Theta^s \subseteq \Omega^s$, maka $\mathcal{N}(\Psi^s, \Omega^s) \leq \mathcal{N}(\Psi^s, \Theta^s)$, dan $\mathcal{N}(\Psi^s, \Omega^s) \leq \mathcal{N}(\Theta^s, \Omega^s)$.

Teorema 2.8 [4] Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah himpunan objek-objek, dan $\Psi^s, \Theta^s \in \widetilde{SF}(V)^*$, dengan $\alpha_\psi = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$ dan $\alpha_\theta = \{W_1, W_2, \dots, W_t\}$, sedemikian sehingga $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_r$ dan $W_1 < W_2 < \dots < W_t$ maka fungsi $\mathfrak{F}(\Psi^s, \Theta^s): \widetilde{SF}(V)^* \times \widetilde{SF}(V)^* \rightarrow [0, 1]$ dengan,

$$\mathfrak{F}(\Psi^s, \Theta^s) = 1 -$$

$$\frac{1}{2n} \sum_{q=1}^n \begin{cases} |Y_r^- - W_t^-| + |Y_r^+ - W_t^+|, & \text{jika } Y_r \not\subseteq W_t \text{ dan } W_t \not\subseteq Y_r \\ |Y_r^+ - W_t^+|, & \text{jika } Y_r \subseteq W_t \text{ atau } W_t \subseteq Y_r \end{cases}$$

di mana $\psi(v_q) \in Y_r$ dan $\theta(v_q) \in W_t$ adalah **ukuran kesamaan pada strait fuzzy sets**.

BUKTI. Terdapat dalam artikel sumber [4] $\square$

3. Hasil Dan Pembahasan

Pada bagian ini akan dikonstruksi pendefinisian komplemen baru dan ukuran kesamaan baru pada SFS, serta contoh penerapannya.

3.1 Komplemen Terbatas SFS

Komplemen yang akan didefinisikan bersifat tunggal, berbeda dari komplemen yang telah ada yang bersifat banyak (majemuk). Komplemen yang bersifat tunggal ini lebih mudah diimplementasikan dan lebih mudah dianalisis

secara struktur aljabarnya, serta lebih berkaitan dengan operasi standar pada FS. Terinspirasi dari [1] Berikut konstruksi definisi komplemen baru dari SFS.

Definisi 3.1. Misal Ψ^s adalah suatu SFS atas FS Ψ atas himpunan V , dengan $\Psi^s = \{Y_a(v) | a \in \{1, 2, \dots, r\}, v \in V, \psi(v) \in Y_a\}$, di mana $\alpha_k, \alpha_l \in \mathfrak{P}[0,1]$ dengan $\alpha_k = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$ dan $\alpha_l = \{W_1, W_2, \dots, W_r\}$. **Komplemen terbatas** dari suatu SFS yang dinotasikan dengan $(\Psi^s)^c$ didefinisikan sebagai,

$$(\Psi^s)^c := \left\{ W_b(x) \mid b = r + 1 - a, \right. \\ \left. x \in V, \psi^c(x) \in W_b \right\} = (\Psi^c)^s$$

dengan $\psi^c(x) = 1 - \psi(x)$ untuk $\forall x \in V$ dan

$$W_b = \begin{cases} (1 - \text{Sup}Y_a, 1 - \text{inf}Y_a), & \text{jika } Y_a = (\text{inf}Y_a, \text{Sup}Y_a) \\ [1 - \text{Sup}Y_a, 1 - \text{inf}Y_a], & \text{jika } Y_a = (\text{inf}Y_a, \text{Sup}Y_a) \\ (1 - \text{Sup}Y_a, 1 - \text{inf}Y_a], & \text{jika } Y_a = [\text{inf}Y_a, \text{Sup}Y_a] \\ [1 - \text{Sup}Y_a, 1 - \text{inf}Y_a], & \text{jika } Y_a = [\text{inf}Y_a, \text{Sup}Y_a] \end{cases}$$

Contoh 3.2. Misalkan Ψ suatu FS atas $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ dengan nilai keanggotaan $\psi(x)$ dan $\alpha_\Psi = \{Y_1, Y_2, Y_3\} \in \mathfrak{P}[0,1]$. Maka Ψ^s , Ψ^c , dan $(\Psi^s)^c$ komplemen terbatas dari Ψ dengan partisi $\beta_\Psi = \{W_1, W_2, W_3\} \in \mathfrak{P}[0,1]$ semuanya disajikan dalam tabel 1 berikut.

Tabel 1. Fuzzy sets $\Psi(\psi(x))$, strait fuzzy sets $\Psi^s(\psi(x))$, partisi dan komplemennya

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$\psi(x)$	0,35	0,4	0,75	0,1	0,9
$\Psi^s(\alpha_\Psi)$	$\{[0; 0,5](x_1, x_2, x_4), (0,5; 0,85)(x_3), [0,85; 1](x_5)\}$				
α_Ψ	$Y_1 = [0; 0,5], Y_2 = (0,5; 0,85), Y_3 = [0,85; 1]$				
$\beta_\Psi := \alpha_\Psi^c$	$W_3 = [0,5; 1], W_2 = (0,15; 0,5), W_1 = [0; 0,15]$				
$\psi^c(x)$	0,65	0,6	0,25	0,9	0,1
$(\Psi^s)^c(\beta_\Psi)$	$\{[0; 0,15](x_5), (0,15; 0,5)(x_3), [0,5; 1](x_1, x_2, x_4)\}$				

3.2 Ukuran Kesamaan Baru SFS

Selanjutnya akan didefinisikan suatu ukuran kesamaan baru di mana perbedaan mendasar ukuran kesamaan ini dengan ukuran kesamaan yang telah ada yaitu

terdapat pengaruh seberapa banyak partisi yang terdapat dalam suatu SFS. Hal ini logis secara teori fuzzy, karena semakin banyak partisi pada SFS, maka SFS akan semakin mendekati sifat *fuzzy sets*. Sebagai pengingat, maksimal banyak partisi SFS sama dengan kardinalitas himpunan objek. Lalu, semakin sedikit partisi yang digunakan, maka ukuran kesamaan akan semakin besar, namun bersifat lemah dibandingkan partisi yang lebih banyak. Oleh karena itu dikonstruksilah suatu ukuran kesamaan yang mempertimbangkan hal ini. Terinspirasi dari [4] dan [15]. Berikut suatu ukuran kesamaan baru yang ditawarkan dalam tulisan ini.

Teorema 3.3. Misalkan $\Psi^s(\alpha_k)$ dan $\theta^s(\alpha_l)$ suatu SFS atas objek $V = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, dengan $\alpha_k = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$, dan $\alpha_l = \{W_1, W_2, \dots, W_t\} \in \mathfrak{P}[0,1]$, maka fungsi $s: \bar{S}\bar{F}(V)^* \times \bar{S}\bar{F}(V)^* \rightarrow [0,1]$ dengan definisi

$$s(\Psi^s, \theta^s) = 1 - \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P \right\}^{\frac{1}{\Delta \wp}}$$

di mana,

$$\Delta P = \begin{cases} |Y_r^- - W_t^-|^{\Delta \wp} + |Y_r^+ - W_t^+|^{\Delta \wp}, & \text{jika } Y_r \not\subseteq W_t \text{ dan } W_t \not\subseteq Y_r \\ |Y_r^+ - W_t^+|^{\Delta \wp}, & \text{jika } Y_r \subseteq W_t \text{ atau } W_t \subseteq Y_r \end{cases}$$

dan

$$\Delta \wp := ||\alpha_k| - |\alpha_l|| + 1$$

di mana $\psi(x_q) \in Y_r$ dan $\theta(x_q) \in W_t$, adalah suatu ukuran kesamaan pada SFS.

BUKTI. Akan ditunjukkan Teorema 3.3 memenuhi Definisi 2.7.

- 1) Pada Ψ crisp set, dari Definisi 2.7 haruslah $|\alpha_k| = 2$, akibatnya $\Delta \wp = 1$. Sehingga kembali ke Teorema 2.8;

2) ($\rightarrow$) Jika $\mathcal{S}(\Psi^s, \Theta^s) = 1$, maka

$$\frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P^{\frac{1}{\Delta \wp}} = 0 \text{ yang artinya } \Delta P = 0.$$

Hal ini hanya terjadi saat $|Y_r^- - W_t^-|^{\Delta \wp} = 0$ dan $|Y_r^+ - W_t^+|^{\Delta \wp} = 0$. Akibatnya haruslah $Y_r^- = W_t^-$ dan $Y_r^+ = W_t^+$. Oleh karena itu $Y_r \subseteq W_t$ dan $W_t \subseteq Y_r$. Maka dari Definisi 2.6 (2) haruslah $\Psi^s =_s \Theta^s$;

($\leftarrow$) Jika $\Psi^s =_s \Theta^s$, maka sesuai Definisi 2.6 (2), $Y_r^- = W_t^-$ dan $Y_r^+ = W_t^+$ sehingga,

$$\mathcal{S}(\Psi^s, \Theta^s) = 1 -$$

$$\left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta |Y_r^+ - W_t^+|^1 \right\}^1 = 1 - 0 = 1;$$

3) Dari definisi, fungsi $\mathcal{S}(\Psi^s, \Theta^s)$ jelas komutatif;

4) Jika $\Psi^s(\alpha_\psi) \subseteq \Theta^s(\alpha_\theta) \subseteq \Omega^s(\alpha_\omega)$,

berdasarkan Definisi 2.6 dan Definisi 2.7 berlaku $|\alpha_\psi| \geq |\alpha_\theta| \geq |\alpha_\omega| > 1$, $|Y_\psi^- - Y_\theta^-| \leq |Y_\psi^- - Y_\omega^-|$ dan $|Y_\theta^- - Y_\omega^-| \leq |Y_\psi^- - Y_\omega^-|$, akibatnya $|\alpha_\psi| - |\alpha_\theta| \leq |\alpha_\psi| - |\alpha_\omega|$ dan $|\alpha_\theta| - |\alpha_\omega| \leq |\alpha_\psi| - |\alpha_\omega|$, juga berlaku $\Delta P_{(\psi\theta)} \leq \Delta P_{(\psi\omega)}$ dan $\Delta P_{(\theta\omega)} \leq \Delta P_{(\psi\omega)}$, serta berlaku $\Delta \wp_{(\psi\theta)} \leq \Delta \wp_{(\psi\omega)}$ dan $\Delta \wp_{(\theta\omega)} \leq \Delta \wp_{(\psi\omega)}$. Berdasarkan sifat aljabar bentuk akar dan pangkat pada interval $[0,1]$ berlaku,

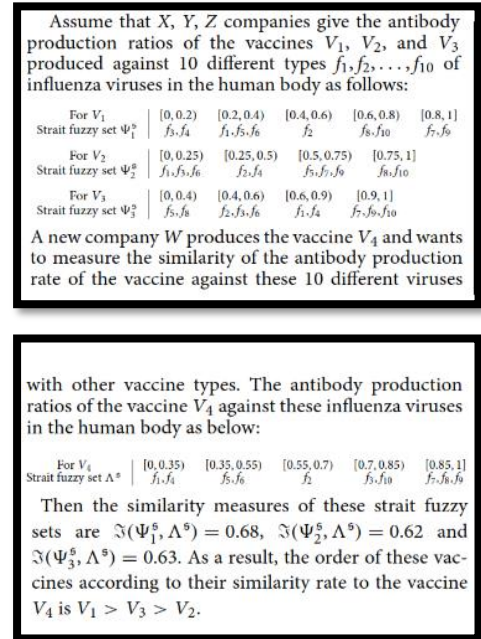
$$\left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P \right\}^{\frac{1}{\Delta \wp_{(\theta\omega)}}} \leq \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P \right\}^{\frac{1}{\Delta \wp_{(\psi\omega)}}}$$

dan

$$\left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P \right\}^{\frac{1}{\Delta \wp_{(\psi\theta)}}} \leq \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{x_q \in V} \Delta P \right\}^{\frac{1}{\Delta \wp_{(\psi\omega)}}}$$

Akibatnya berturut-turut $\mathcal{S}(\Psi^s, \Omega^s) \leq \mathcal{S}(\Psi^s, \Theta^s)$, dan $\mathcal{S}(\Psi^s, \Omega^s) \leq \mathcal{S}(\Theta^s, \Omega^s) \square$

Berikut aplikasi dari Teorema 3.3 dengan menggunakan algoritma yang sama dan kasus yang sama yang terdapat pada [4], yang terlihat pada gambar berikut



Gambar 2. Aplikasi ukuran kesamaan pada [4].

Contoh 3.4. Menggunakan data yang sama pada [4] dengan ukuran kesamaan baru diperoleh,

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\Lambda^s, \Psi_1^s) &= 1 - \left\{ \frac{1}{2 \cdot 10} \left[|0.2 - 0|^1 + |0.4 - 0.35|^1 \right] \right. \\ &\quad + [|0.55 - 0.4|^1 + |0.7 - 0.6|^1] \\ &\quad + [|0.7 - 0|^1 + |0.85 - 0.2|^1] \\ &\quad + [|0 - 0|^1] \\ &\quad + [|0.35 - 0.2|^1 + |0.55 - 0.4|^1] \\ &\quad + [|0.35 - 0.2|^1 + |0.55 - 0.4|^1] \\ &\quad + [|0.85 - 0.8|^1] \\ &\quad + [|0.85 - 0.6|^1 + |1 - 0.8|^1] \\ &\quad + [|0.85 - 0.8|^1] \\ &\quad \left. + [|0.7 - 0.6|^1 + |0.85 - 0.8|^1] \right\}^{\frac{1}{5-5+1}} \\ &= 1 - \left\{ \frac{1}{20} \cdot 3.25 \right\} = 1 - 0.165 = 0.8375 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}(\Lambda^s, \Psi_2^s) &= 1 - \left\{ \frac{1}{2 \cdot 10} [|0 - 0|^2 + |0.55 - 0.25|^2 + |0.7 - 0.5|^2 + |0.7 - 0|^2 + |0.85 - 0.25|^2 + |0 - 0.25|^2 + |0.35 - 0.5|^2 + |0.35 - 0.5|^2 + |0.55 - 0.75|^2 + |0.35 - 0|^2 + |0.55 - 0.25|^2 + |0.85 - 0.5|^2 + |1 - 0.75|^2 + |0.85 - 0.75|^2 + |0.85 - 0.5|^2 + |1 - 0.75|^2 + |0.7 - 0.75|^2 + |0.85 - 1|^2] \right\}^{\frac{1}{5-4+1}} \\
&= 1 - \left\{ \frac{1}{20} 1.6675 \right\}^{\frac{1}{2}} = 1 - 0.083375^{\frac{1}{2}} \approx 1 - 0.289 \\
&= 0.711
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}(\Lambda^s, \Psi_3^s) &= 1 - \left\{ \frac{1}{2 \cdot 10} [|0 - 0.6|^2 + |0.35 - 0.9|^2 + |0.55 - 0.4|^2 + |0.7 - 0.6|^2 + |0.7 - 0.4|^2 + |0.85 - 0.6|^2 + |0 - 0.6|^2 + |0.35 - 0.9|^2 + |0.35 - 0|^2 + |0.55 - 0.4|^2 + |0.35 - 0.4|^2 + |0.55 - 0.6|^2 + |0.85 - 0.9|^2 + |0.85 - 0|^2 + |1 - 0.4|^2 + |0.85 - 0.9|^2 + |0.7 - 0.9|^2 + |0.85 - 1|^2] \right\}^{\frac{1}{5-4+1}} \\
&= 1 - \left\{ \frac{1}{20} 2.81 \right\}^{\frac{1}{2}} = 1 - \{0.1415\}^{\frac{1}{2}} \approx 1 - 0.3748 \\
&= 0.6252
\end{aligned}$$

Berdasarkan contoh di atas, terlihat ukuran kesamaan yang ditawarkan memiliki **kesimpulan yang sama** dengan ukuran kesamaan yang telah ada, yaitu Λ^s paling mirip ukuran kesamaan dengan Ψ_1^s . Sementara ukuran kesamaan (Λ^s, Ψ_2^s) dan (Λ^s, Ψ_3^s) memiliki urutan berbeda dengan ukuran kesamaan yang telah ada. Hal ini secara teori *fuzzy* tidak menyebabkan permasalahan. Perbedaan ini disebabkan oleh pemilihan $\alpha_k \in$

$\mathfrak{P}[0,1]$. Semakin berbeda kardinalitas, atau semakin besar selisih antara Y_a^- dan Y_a^+ pada suatu partisi yang berkaitan maka akan semakin lemah ukuran kesamaan dengan pendekatan baru ini. Hal ini menunjukkan bahwa ukuran kesamaan yang ditawarkan lebih representatif dalam mewakili kardinalitas selang pada SFS yang diujikan.

4. Kesimpulan Dan Saran

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa ukuran komplemen baru dari *strait fuzzy sets* yang disebut komplemen terbatas bersifat tunggal dan lebih selaras dengan *fuzzy sets*. Kemudian ukuran kesamaan yang baru lebih mengakomodasi perbedaan partisi masing-masing *strait fuzzy sets* yang dibandingkan, sehingga lebih representatif dibandingkan ukuran kesamaan yang telah ada.

4.2 Saran

Penelitian tentang *strait fuzzy sets* masih sangat terbatas. Oleh karena itu, saran untuk penelitian selanjutnya dapat mengembangkan *strait fuzzy sets* dengan mengombinasikan dengan *fuzzy sets* yang lain, merumuskan dan menentukan sifat-sifat operator *strait fuzzy sets* yang belum ada, menentukan nilai *entropy strait fuzzy sets*, dan menentukan aplikasi *strait fuzzy sets* di berbagai bidang lainnya.

5. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada teman sejawat, teman peneliti, editor, reviewer,

keluarga, dan kepada seluruh pihak yang turut membantu, membimbing dan mendukung publikasi kegiatan penelitian ini.

Penelitian ini dibiayai oleh:

Direktorat Penelitian dan Pengabdian
kepada Masyarakat
Direktorat Jenderal Riset dan
Pengembangan, Kementerian Pendidikan
Tinggi, Sains, dan Teknologi
Pada Skema Penelitian Tesis Magister
Sesuai dengan kontrak penelitian nomor :
060/C3/DT.05.00/PL/2025
Tahun Anggaran 2025.

Daftar Pustaka

- [1] Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control*. 8(3) : 338 – 353
- [2] Shodik F, Nazra A, Yanita Y. 2024. Aplikasi Dari N-Soft Set Pada Data Dengan Objek Berkelompok. *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika* 5:1304–1308
- [3] Putri FZ, Nazra A, Yanita Y .2024. Suatu Aplikasi Dari Penggabungan Konsep Strait Fuzzy Set Dan Strait Soft Set. *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika* 5:1171–1176
- [4] Atagün AO, Kamacı H. 2023. Strait fuzzy sets, strait fuzzy rough sets and their similarity measures-based decision making systems. *International Journal of Systems Science* 54:2519–2535
- [5] Dubois D, Prade H. 2007. Operations on fuzzy numbers. *International Journal of Systems Science* 9:613–626
- [6] Wang X, De Baets B, Kerre E. 1995. A comparative study of similarity measures. *Fuzzy Sets Systems* 73:259–268
- [7] Szmidt, E., & Baldwin, J. 2003. New similarity measure for intuitionistic fuzzy set theory and mass assignment theory. In *Proc. of the 7-th Int. Conf. on IFSSs. Soa*.
- [8] Xuecheng, L. 1994. Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations. *Fuzzy sets and systems*, 62(3), 377.
- [9] Wang, W., & Xin, X. 2005. Distance measure between intuitionistic fuzzy sets. *Pattern recognition letters*, 26(13), 2063-2069.
- [10] Beg, I., & Ashraf, S. 2009. Similarity measures for fuzzy sets. *Appl. comput. math*, 8(2), 192-202.
- [11] Omran, S., & Hassaballah, M. 2007. Operations on the similarity measures of fuzzy sets. *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, 7(3), 205-208.
- [12] Kang, Y., Wu, S., Cao, D., & Weng, W. 2018. New hesitation-based distance and similarity measures on intuitionistic fuzzy sets and their applications. *International Journal of Systems Science*, 49(4), 783-799.
- [13] Li, Y., Qin, K., He, X., & Meng, D. 2015. Similarity measures of interval-valued fuzzy sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 28(5), 2113-2125.
- [14] Deng, G., Song, L., Jiang, Y., & Fu, J. 2017. Monotonic similarity measures of interval-valued fuzzy sets and their applications. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 25(04), 515-544.
- [15] Xu, Z. 2007. Some similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 6, 109-121.