

BILANGAN KROMATIK LOKASI GRAF BULAN SABIT BS_n UNTUK

$$1 \leq n \leq 10$$

THE LOCATING CHROMATIC NUMBER CRESCENT GRAPH BS_n FOR $1 \leq n \leq 10$

Annisa Wahyuni¹, Vella Sagita Putri², Duratul Hayat³, Des Welyyanti^{4§}

¹Departemen Matematika dan Data Sains, Universitas Andalas, Indonesia [2320432005_annisa@student.unand.ac.id]

²Departemen Matematika dan Data Sains, Universitas Andalas, Indonesia [2320432006_vella@student.unand.ac.id]

³Departemen Matematika dan Data Sains, Universitas Andalas, Indonesia [2320432003_duratul@student.unand.ac.id]

⁴Departemen Matematika dan Data Sains, Universitas Andalas, Indonesia [wely@sci.unand.ac.id]

§Corresponding Author

Received 02nd Oct 2025; Accepted 08th Dec 2025; Published 09th Dec 2025;

Abstrak

Bilangan kromatik lokasi suatu graf dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ adalah banyaknya minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai titik suatu graf dan memiliki kode warna yang berbeda pada setiap titiknya. Graf bulan sabit merupakan graf yang belum ditemukan bilangan kromatik lokasinya. Graf bulan sabit adalah graf yang terbentuk dari graf lingkaran yang menyerupai bulan sabit dan di gabungkan menjadi dua buah bulan sabit dengan titik yang menyatukan kedua graf tersebut. Graf bulan sabit dinotasikan dengan BS_n . Pada penelitian ini ditemukan bilangan kromatik lokasi dari graf bulan sabit $\chi_L(BS_n)$ untuk $1 \leq n \leq 10$ adalah 4 untuk $n = 1$ dan 5 untuk $2 \leq n \leq 10$, dengan menggunakan metode yaitu mendefinisikan graf bulan sabit, menentukan pewarnaan lokasi pada graf bulan sabit, menentukan batas atas dan batas bawah, dan diperoleh nilai eksak dari bilangan kromatik lokasi graf bulan sabit.

Kata Kunci: Bilangan Kromatik Lokasi, Graf Bulan Sabit, Kode Warna

Abstract

The locating chromatic number of a graph, denoted by $\chi_L(G)$, is the minimum number of colors required to color the vertices of a graph such that each vertex has a distinct color code. The crescent graph is a type of graph whose locating-chromatic number has not yet been determined. A crescent graph is formed from a circular graph shaped like a crescent moon, and two such crescent shaped graphs are joined together at a single common vertex. The crescent graph is denoted by BS_n . In this research, it was found that the locating chromatic number of the crescent graph $\chi_L(BS_n)$ for $1 \leq n \leq 10$ is 4 for $n = 1$ and 5 for $2 \leq n \leq 10$. The method used includes defining the crescent graph, determining the locating coloring on the crescent graph, establishing the upper and lower bounds, and obtaining the exact value of the locating chromatic number of the crescent graph.

Keywords: The Locating Chromatic Number, Crescent Graph, Color Code

1. Pendahuluan

Bilangan kromatik lokasi pertama kali di perkenalkan pada tahun 2002, oleh Chartrand dkk [1]. Bilangan kromatik lokasi suatu graf dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ adalah banyaknya minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai titik suatu graf dan memiliki kode warna yang berbeda pada setiap titiknya.

Berikut beberapa penelitian tentang bilangan kromatik lokasi pada berbagai graf telah ditemukan oleh peneliti terdahulu. Zikra dkk [2] pada tahun 2022 telah menemukan bilangan kromatik lokasi pada gabungan dua buah graf kipas F_n . Walyni dkk [3] telah menemukan bilangan kromatik lokasi pada gabungan dua buah graf lengkap $K_n \odot \bar{K}_m$. Pada tahun 2021, Irawan dkk [4] telah menemukan bilangan kromatik lokasi pada subdivisi operasi barbel tertentu pada graf origami. Penentuan bilangan kromatik lokasi pada graf berlian Br_n untuk $n = 3$ dan $n = 4$ telah ditemukan oleh Syafnur dkk [5]. Bilangan kromatik lokasi graf split lintasan juga telah ditemukan oleh Rahmatalia dkk [6] pada tahun 2022. Kabang dkk [7] pada tahun 2020 menemukan bilangan kromatik lokasi pada graf bayangan dan graf *middle* dari graf bintang.

Graf bulan sabit merupakan graf yang belum ditemukan bilangan kromatik lokasinya. Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi dari graf bulan sabit $\chi_L(BS_n)$ untuk $1 \leq n \leq 10$

2. Landasan Teori

Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf terhubung dimana $V(G)$ adalah himpunan titik dan $E(G)$ adalah himpunan sisi pada suatu graf.

Suatu pewarnaan $c: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ adalah pewarnaan kromatik lokasi $uv \in V(G)$, maka $c(u) \neq c(v)$. Untuk setiap titik $v \in V(G)$ didefinisikan kode warna terhadap suatu partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(v) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$$

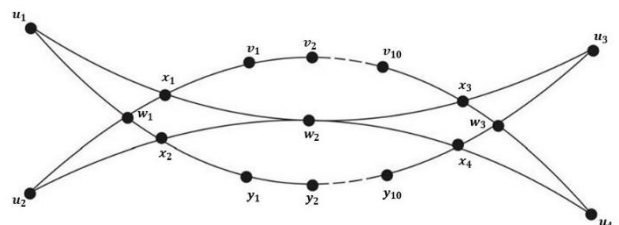
dimana $d(v, S_k)$ menyatakan jarak terpendek dari v ke titik dalam S_k . Suatu pewarnaan c dikatakan pewarnaan lokasi jika setiap titik pada graf memiliki kode warna yang berbeda.

Bilangan kromatik Lokasi adalah bilangan bulat terkecil k sehingga terdapat pewarnaan Lokasi dengan k warna pada graf G . Bilangan kromatik Lokasi dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ [1].

3. Hasil Dan Pembahasan

Graf bulan sabit adalah graf yang terbentuk dari graf lingkaran yang menyerupai bulan sabit dan di gabungkan menjadi dua buah bulan sabit dengan titik yang menyatukan kedua graf tersebut. Graf bulan sabit dinotasikan dengan BS_n .

Gambar 1. merupakan gambar dari graf bulan sabit (BS_{10}).



Gambar 1. Graf Bulan Sabit BS_n

Berikut ini adalah definisi graf bulan sabit (BS_n) untuk $1 \leq n \leq 10$.

$$V(BS_n) = \{u_i | 1 \leq i \leq 4\} \cup \{w_i | 1 \leq i \leq 3\} \cup \{x_i | 1 \leq i \leq 4\} \cup \{v_i | 1 \leq i \leq 10\}$$

$$\cup \{y_i | 1 \leq i \leq 10\}.$$

$$\begin{aligned} E(BS_n) = & \{\{u_1x_1, u_1w_1, u_2w_1, u_2x_2, w_1x_1, w_1x_2\} \\ & \cup \{x_1w_2, x_2w_2, x_3w_2, x_4w_2\} \\ & \cup \{u_3x_3, u_3w_2, u_4w_2, u_4x_4, w_3x_3, w_3x_4\} \\ & \cup (x_1v_1) \cup \{v_1v_{i+1} | 1 \leq i \leq 9\} \cup (v_nx_3) \\ & \cup (x_2y_1) \cup \{y_1y_{i+1} | 1 \leq i \leq 9\} \cup (y_nx_4)\}. \end{aligned}$$

Teorema 3.1. Misalkan terdapat graf BS_n dengan $1 \leq n \leq 10$, maka:

$$\chi_L(BS_n) = \begin{cases} 4 & \text{untuk } n = 1, \\ 5 & \text{untuk } 2 \leq n \leq 10. \end{cases}$$

BUKTI. Pembuktian teorema tersebut dilakukan dengan membaginya ke dalam dua kasus sebagai berikut.

Kasus 1. $\chi_L(BS_n) = 4$ untuk $n = 1$.

Bilangan kromatik lokasi graf BS_1 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_1) \leq 4$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_1) \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ sedemikian sehingga BS_1 mempunyai 4-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = 3,$$

$$c(u_4) = 4.$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3\},$$

$$S_4 = \{u_4\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_\Pi(u_1) = (1, 0, 1, 4),$$

$$c_\Pi(u_2) = (0, 1, 1, 4),$$

$$c_\Pi(u_3) = (1, 0, 1, 2),$$

$$c_\Pi(u_4) = (2, 1, 1, 0),$$

$$c_\Pi(x_1) = (0, 1, 1, 3),$$

$$c_\Pi(x_2) = (1, 0, 1, 3),$$

$$c_\Pi(x_3) = (0, 1, 1, 2),$$

$$c_\Pi(x_4) = (1, 0, 1, 1),$$

$$c_\Pi(w_1) = (1, 1, 0, 2),$$

$$c_\Pi(w_2) = (1, 1, 0, 4),$$

$$c_\Pi(w_3) = (1, 1, 0, 1),$$

$$c_\Pi(v_1) = (1, 0, 2, 3),$$

$$c_\Pi(y_1) = (0, 1, 2, 2).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_1 , $\chi_L(BS_1) \leq 4$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_1 , $\chi_L(BS_1) \geq 4$. Misalkan BS_1 diberikan 3-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik u_2 dan u_4 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_1 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_1 adalah $\chi_L(BS_1) \geq 4$. Pada BS_1 , $\chi_L(BS_1) = 4$. ■

Kasus 2. $\chi_L(BS_n) = 5$ untuk $2 \leq n \leq 10$.

Kasus 2.1. Untuk $n=2$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_2 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_2) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_2) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_2 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = 3,$$

$$c(u_4) = 4.$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,3),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,3),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,1),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (2,0,1,1,3),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,2),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,2),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (1,1,2,3,0),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,3,4),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,1,0,2,4).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_2 , $\chi_L(BS_2) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_2 , $\chi_L(BS_2) \geq 5$. Misalkan BS_2 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_2 adalah $\chi_L(BS_2) \geq 5$. Jadi BS_2 , $\chi_L(BS_2) = 5$. ■

Kasus 2.2. Untuk $n=3$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_3 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_3) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_3) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_3 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = 3,$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$S_5 = \{v_2\}.$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,3),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,4),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,4),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,4),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (1,0,1,1,4),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,3),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,3),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,4,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (1,0,2,3,1),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,5),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,3,6),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,1,1,2,5),$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_3 , $\chi_L(BS_3) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_3 , $\chi_L(BS_3) \geq 5$. Misalkan BS_3 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_3 adalah $\chi_L(BS_3) \geq 5$. Jadi BS_3 , $\chi_L(BS_3) = 5$. ■

Kasus 2.3. Untuk $n=4$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_4 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_4) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_4) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_4 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = 3,$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,3),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,3),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,1),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (2,0,1,1,3),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,2),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,2),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (2,0,3,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (1,1,2,3,0),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,4,5),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (1,1,0,2,4),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,1,0,2,4).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik

$$\text{lokasi graf } BS_4, \chi_L(BS_4) \leq 5.$$

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_4 , $\chi_L(BS_4) \geq 5$. Misalkan BS_4 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_4 adalah $\chi_L(BS_4) \geq 5$. Jadi $BS_4, \chi_L(BS_4) = 5$. ■

Kasus 2.4. Untuk $n=5$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_5 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_5) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_5) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_5 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = 3,$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,3),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,4),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,4),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (1,0,1,1,4),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,3),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,3),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (3,0,4,5,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (2,1,3,4,0),$$

$$c_{\Pi}(v_5) = (1,0,2,3,1),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,5),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,5,6),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,3,1,4,7),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,2,0,3,6),$$

$$c_{\Pi}(y_5) = (0,1,1,2,5),$$

Karena semua kode warna pada setiap titik

berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_5 , $\chi_L(BS_5) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_5 , $\chi_L(BS_5) \geq 5$. Misalkan BS_5 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_5 adalah $\chi_L(BS_5) \geq 5$. Jadi BS_5 , $\chi_L(BS_5) = 5$. ■

Kasus 2.5. Untuk $n=6$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_6 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_6) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_6) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_6 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = \\ = c(y_6) = 3, \end{aligned}$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = c(v_6) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4, y_6\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4, v_6\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,3),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,3),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,1),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (2,0,1,1,3),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,2),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,2),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (3,0,4,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (3,1,4,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_5) = (2,0,3,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_6) = (1,1,2,3,0),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,5,5),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,3,1,5,6),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,3,0,4,6),$$

$$c_{\Pi}(y_5) = (0,2,1,3,5),$$

$$c_{\Pi}(y_6) = (1,1,0,2,4),$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_6 , $\chi_L(BS_6) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_6 , $\chi_L(BS_6) \geq 5$. Misalkan BS_6 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_6 adalah $\chi_L(BS_6) \geq 5$. Jadi BS_6 , $\chi_L(BS_6) = 5$. ■

Kasus 2.6. Untuk $n=7$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_7 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_7) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_7) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_7 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = c(y_7) = 1,$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = c(v_7) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = \\ = c(y_6) = 3,$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = c(v_6) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5, y_7\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5, v_7\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4, y_6\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4, v_6\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,3),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,4),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,4),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (1,0,1,1,4),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,3),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,3),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (3,0,4,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (4,1,5,6,0),$$

$$c_{\Pi}(v_5) = (3,0,4,5,1),$$

$$c_{\Pi}(v_6) = (2,1,3,4,0),$$

$$c_{\Pi}(v_7) = (1,0,2,3,1),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,5),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,5,6),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,3,1,6,7),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,4,0,5,8),$$

$$c_{\Pi}(y_5) = (0,3,1,4,7),$$

$$c_{\Pi}(y_6) = (1,2,0,3,6),$$

$$c_{\Pi}(y_7) = (0,1,1,2,5),$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_7 , $\chi_L(BS_7) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_7 , $\chi_L(BS_7) \geq 5$. Misalkan BS_7 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_7 adalah $\chi_L(BS_7) \geq 5$. Jadi BS_7 , $\chi_L(BS_7) = 5$. ■

Kasus 2.7. Untuk $n=8$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_8 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_8) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_8) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_8 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = c(y_7) = 1, \end{aligned}$$

$$c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = c(v_7) = 2,$$

$$c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = \\ = c(y_6) = c(y_8) = 3,$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = c(v_6) = c(v_8) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5, y_7\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5, v_7\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4, y_6, y_8\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4, v_6, v_8\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,3),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,3),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,1),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (2,0,1,1,3),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,2),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,2),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (3,0,4,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (4,1,5,7,0),$$

$$c_{\Pi}(v_5) = (4,0,5,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_6) = (3,1,4,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_7) = (2,0,3,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_8) = (1,1,2,3,0),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,5,5),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,3,1,6,6),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,4,0,6,7),$$

$$c_{\Pi}(y_5) = (0,4,1,5,7),$$

$$c_{\Pi}(y_6) = (1,3,0,4,6),$$

$$c_{\Pi}(y_7) = (0,2,1,3,5),$$

$$c_{\Pi}(y_8) = (1,1,0,2,4).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_8 , $\chi_L(BS_8) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_8 , $\chi_L(BS_8) \geq 5$. Misalkan BS_8 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_8 adalah $\chi_L(BS_8) \geq 5$. Jadi BS_8 , $\chi_L(BS_8) = 5$. ■

Kasus 2.8. Untuk $n=9$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_9 akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_9) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_9) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_9 mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = c(y_7) = c(y_9) = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = c(v_7) \\ = c(v_9) = 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = \\ = c(y_6) = c(y_8) = 3, \end{aligned}$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = c(v_6) = c(v_8) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5, y_7, y_9\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5, v_7, v_9\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4, y_6, y_8\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4, v_6, v_8\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_\Pi(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_\Pi(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_\Pi(u_3) = (1,0,1,2,3),$$

$$c_\Pi(u_4) = (2,1,1,0,4),$$

$$c_\Pi(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_\Pi(x_2) = (1,0,1,3,4),$$

$$c_\Pi(x_3) = (0,1,1,2,2),$$

$$c_\Pi(x_4) = (1,0,1,1,4),$$

$$c_\Pi(w_1) = (1,1,0,2,3),$$

$$c_\Pi(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_\Pi(w_3) = (1,1,0,1,3),$$

$$c_\Pi(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_\Pi(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_\Pi(v_3) = (3,0,4,6,1),$$

$$c_\Pi(v_4) = (4,1,5,7,0),$$

$$c_\Pi(v_5) = (5,0,6,7,1),$$

$$c_\Pi(v_6) = (4,1,5,6,0),$$

$$c_\Pi(v_7) = (3,0,4,5,1),$$

$$c_\Pi(v_8) = (2,1,3,4,0),$$

$$c_\Pi(v_9) = (1,0,2,3,1),$$

$$c_\Pi(y_1) = (0,1,1,4,5),$$

$$c_\Pi(y_2) = (1,2,0,5,6),$$

$$c_\Pi(y_3) = (0,3,1,6,7),$$

$$c_\Pi(y_4) = (1,4,0,7,8),$$

$$c_\Pi(y_5) = (0,5,1,6,9),$$

$$c_\Pi(y_6) = (1,4,0,5,8),$$

$$c_\Pi(y_7) = (0,3,1,4,7),$$

$$c_\Pi(y_8) = (1,2,0,3,6),$$

$$c_\Pi(y_9) = (0,1,1,2,5).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_9 , $\chi_L(BS_9) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_9 , $\chi_L(BS_9) \geq 5$. Misalkan BS_9 diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_9 adalah $\chi_L(BS_9) \geq 5$. Jadi BS_9 , $\chi_L(BS_9) = 5$. ■

Kasus 2.9. Untuk $n=10$

Bilangan kromatik lokasi graf BS_{10} akan ditentukan batas atasnya, dengan $\chi_L(BS_{10}) \leq 5$. Definisikan suatu pewarnaan $c: V(BS_{10}) \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ sedemikian sehingga BS_{10} mempunyai 5-pewarnaan lokasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(u_2) = c(x_1) = c(x_3) = c(y_1) = c(y_3) \\ = c(y_5) = c(y_7) = c(y_9) = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(u_1) = c(u_3) = c(x_2) = c(x_4) = c(v_1) \\ = c(v_3) = c(v_5) = c(v_7) \\ = c(v_9) = 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(w_1) = c(w_2) = c(w_3) = c(y_2) = c(y_4) = \\ = c(y_6) = c(y_8) = c(y_{10}) = 3, \end{aligned}$$

$$c(u_4) = 4,$$

$$c(v_2) = c(v_4) = c(v_6) = c(v_8) = c(v_{10}) = 5,$$

Kelas partisinya adalah $\Pi = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ dengan

$$S_1 = \{u_2, x_1, x_3, y_1, y_3, y_5, y_7, y_9\},$$

$$S_2 = \{u_1, u_3, x_2, x_4, v_1, v_3, v_5, v_7, v_9\},$$

$$S_3 = \{w_1, w_2, w_3, y_2, y_4, y_6, y_8, y_{10}\},$$

$$S_4 = \{u_4\},$$

$$S_5 = \{v_2, v_4, v_6, v_8, v_{10}\}.$$

Kode warna untuk setiap titik ditunjukkan sebagai berikut.

$$c_{\Pi}(u_1) = (1,0,1,4,3),$$

$$c_{\Pi}(u_2) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(u_3) = (1,0,1,2,2),$$

$$c_{\Pi}(u_4) = (2,1,1,0,3),$$

$$c_{\Pi}(x_1) = (0,1,1,3,2),$$

$$c_{\Pi}(x_2) = (1,0,1,3,3),$$

$$c_{\Pi}(x_3) = (0,1,1,2,1),$$

$$c_{\Pi}(x_4) = (2,0,1,1,3),$$

$$c_{\Pi}(w_1) = (1,1,0,2,2),$$

$$c_{\Pi}(w_2) = (1,1,0,4,3),$$

$$c_{\Pi}(w_3) = (1,1,0,1,2),$$

$$c_{\Pi}(v_1) = (1,0,2,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_2) = (2,1,3,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_3) = (3,0,4,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_4) = (4,1,5,7,0),$$

$$c_{\Pi}(v_5) = (5,0,6,8,1),$$

$$c_{\Pi}(v_6) = (5,1,6,7,0),$$

$$c_{\Pi}(v_7) = (4,0,5,6,1),$$

$$c_{\Pi}(v_8) = (3,1,4,5,0),$$

$$c_{\Pi}(v_9) = (2,0,3,4,1),$$

$$c_{\Pi}(v_{10}) = (1,1,2,3,0),$$

$$c_{\Pi}(y_1) = (0,1,1,4,4),$$

$$c_{\Pi}(y_2) = (1,2,0,5,5),$$

$$c_{\Pi}(y_3) = (0,3,1,6,6),$$

$$c_{\Pi}(y_4) = (1,4,0,7,7),$$

$$c_{\Pi}(y_5) = (0,5,1,7,8),$$

$$c_{\Pi}(y_6) = (1,5,0,6,8),$$

$$c_{\Pi}(y_7) = (0,4,1,5,7),$$

$$c_{\Pi}(y_8) = (1,3,0,4,6),$$

$$c_{\Pi}(y_9) = (0,2,1,3,5),$$

$$c_{\Pi}(y_{10}) = (1,1,0,2,4).$$

Karena semua kode warna pada setiap titik berbeda, maka batas atas atas bilangan kromatik lokasi graf BS_{10} , $\chi_L(BS_{10}) \leq 5$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah dari bilangan kromatik titik graf BS_{10} , $\chi_L(BS_{10}) \geq 5$. Misalkan BS_{10} diberikan 4-pewarnaan titik. Tanpa mengurangi perumuman, andaikan terdapat dua titik dominan yang diberi warna sama yaitu titik x_1 dan x_3 . Dengan demikian, kedua titik tersebut memiliki kode warna yang sama. Hal ini bertentangan dengan definisi bilangan kromatik lokasi yang mensyaratkan bahwa setiap titik di BS_2 harus memiliki kode warna yang berbeda. Maka, batas bawah bilangan kromatik lokasi graf BS_{10} adalah $\chi_L(BS_{10}) \geq 5$. Jadi BS_{10} , $\chi_L(BS_{10}) = 5$. ■

4. Kesimpulan Dan Saran

Pada penelitian ini diperoleh bilangan kromatik lokasi dari graf bulan sabit (BS_n), $\chi_L(BS_n) = 4$ untuk $n = 1$ serta $\chi_L(BS_n) = 5$ untuk $2 \leq n \leq 10$. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk menentukan dimensi metrik dari

graf bulan sabit.

5. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada Ibu Dr. Des Welyyanti selaku dosen pembimbing yang telah membantu dalam penulisan artikel ini.

Daftar Pustaka

- [1] Chartrand, G., D. Erwin, M. A. Henning, P.J. Slater, dan P. Zhang. 2002. The Locating-Chromatic Number of a Graph. *Bull. ICA*.
- [2] Fakhri Zikra, Des Welyyanti, dan Lyra Yulianti. 2022. Bilangan Kromatik Lokasi Gabungan Dua Graf Kipas F_n untuk Beberapa n , $n \geq 3$. *Jurnal Matematika UNAND*, 11(3), 289–296.
- [3] Yola Gusnita, Des Welyyanti, dan Lyra Yulianti. 2022. Bilangan Kromatik Lokasi dari Graf Tangga Sirkular. *Jurnal Matematika UNAND*, 11(3), 325–332
- [4] Agung Irawan, Asmiati, Zakaria Lita, dan Kemas Muludi. 2021. The Locating-Chromatic Number of Origami Graphs. *Algorithms*, 14(167), 1–15.
- [5] Mutiara Ramadani Syafnur, Lyra Yulianti, dan Des Welyyanti. 2018. Penentuan Bilangan Kromatik Lokasi untuk Graf Berlian Br_n untuk $n = 3$ dan $n = 4$. *Jurnal Matematika UNAND*, 7(2), 105–111.
- [6] Siti Rahmatalia, Asmiati, dan Notiragayu. 2022. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Split Lintasan. *Jurnal Matematika Integratif*, 18(1), 73–80.
- [7] Novia Kristefany Kabang, Yundari, dan Fransiskus Fran. 2020. Bilangan Kromatik Lokasi pada Graf Bayangan dan Graf Middle dari Graf Bintang. *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya (Bimaster)*, 9(2): 329–336.