

DISTRIBUSI PANAS PADA KAWAT TEMBAGA SILINDER DENGAN ARUS LISTRIK

HEAT DISTRIBUTION OF CYLINDER COPPER WIRE WITH ELECTRIC CURRENT

Rofila El Maghfiroh^{1§}, Muhammad Badaruz Zaman^{2,3}

¹Jurusan Teknik Sipil, Politeknik Negeri Malang, Indonesia [Email: rofila.elma@gmail.com]

²Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Malang, Indonesia [Email: muhbadaruzzaman@gmail.com]

³Jurusan Teknik Mesin, Universitas Yudharta Pasuruan, Indonesia [Email: muhbadaruzzaman@gmail.com]

[§]Corresponding Author

Received November 2020; Accepted November 2020; Published Desember 2020;

Abstrak

Permasalahan terapan (mekanik, sipil, kimia ataupun listrik), sangat berkaitan dengan penggunaan material, misalnya tembaga. Material tembaga memiliki konduktivitas listrik dan panas yang baik. Distribusi panas kawat tembaga dapat diketahui dengan melakukan analisis numerik pada persamaan konduksi panas dengan arus listrik sebagai sumber panas. Analisis numerik dilakukan dengan skema beda hingga pusat yang diterapkan pada metode Crank-Nicolson. Suhu maksimum kawat tembaga meningkat, tetapi perubahan suhu menurun dengan rata-rata 3,55% disetiap level waktu yaitu 15 menit. Prediksi suhu maksimum kawat tembaga selama 24 jam sesuai pendekatan fungsi logaritma $f(x) = 1,9023 \ln x + 20,176$.

Kata Kunci: Kawat tembaga, arus listrik, distribusi panas, analisis numerik.

Abstract

The applicable problems (mechanical, legal, chemical or electrical) are closely linked to the use of materials such as copper. Copper material has excellent electrical and thermal conductivity. It is possible to determine the heat distribution of copper wire by conducting numerical analysis on the heat conduction equation with electric current as a heat source. Numerical research was performed with a central differencing scheme applied to the Crank-Nicolson method. The maximum temperature of copper wire increased, but the heat change decreased by an average of 3.55% at each time level, namely 15 minutes. Predict the maximum temperature of copper wire for 24 hours according to the approximate logarithmic function $f(x) = 1.9023 \ln x + 20.176$.

Keywords: Copper wire, electric current, heat distribution, numerical analysis.

1. Pendahuluan

Beberapa permasalahan pada bidang terapan baik mekanik, sipil, kimia atau listrik sangat erat kaitannya dengan penggunaan material. Contohnya pada *transmission gear, structure for a building, oil refinery component*, dan *integrated*

circuit chip. Material padat dikelompokkan dalam tiga klasifikasi dasar, yaitu logam, keramik dan polimer. Baham logam biasanya merupakan kombinasi dari unsur logam. Logam adalah konduktor listrik dan panas yang baik [1].

Beberapa contoh logam yang merupakan konduktor listrik dan panas yang sangat baik diantaranya perak, tembaga dan aluminium [2]. Untuk keperluan komponen listrik dan elektronik sebagian besar digunakan kawat tembaga dan kawat aluminium. Kawat tembaga memiliki daya hantar listrik ataupun panas tertinggi, karena tembaga memiliki sifat konduktor yang sangat baik [3].

Analisis numerik dapat digunakan untuk mengetahui distribusi panas pada kawat tembaga. Solusi numerik persamaan konduksi panas dapat ditentukan dengan beberapa metode, salah satunya adalah dengan menerapkan skema beda hingga pada metode Crank-Nicolson. Skema beda hingga yang diterapkan pada metode Crank-Nicolson memiliki tingkat ketelitian yang sangat baik [4].

Dalam artikel ini akan ditentukan solusi numerik persamaan konduksi panas yang diterapkan pada kawat tembaga dengan arus listrik sebagai sumber panas. Distribusi panas pada kawat tembaga di setiap level waktu dianalisis untuk mengetahui prediksi suhu maksimum selama 24 jam.

2. Konsep Dasar

2.1 Tembaga

Tembaga merupakan jenis material logam *non-ferous* yang memiliki struktur kristal kubik pemusatan sisi *Face Centered Cubic (FCC)*. Berat jenis tembaga adalah $8,94 \text{ gram/cm}^3$ dan mempunyai titik lebur 1085°C . Tembaga memiliki konduktivitas listrik dan panas yang baik. Selain itu, tembaga memiliki ketahanan

korosi yang sangat baik dalam kondisi apapun [3].

2.2 Energi Listrik

Intensitas gelombang listrik didefinisikan sebagai daya rata-rata per unit area dan dinyatakan dalam persamaan berikut,

$$I_{\text{intensitas}} = \frac{P_{\text{rata-rata}}}{A} \quad (1)$$

dengan P adalah daya listrik dan A adalah luas area. Daya listrik P sesuai persamaan berikut,

$$P = VI \quad (2)$$

dengan V adalah tegangan listrik dan I adalah arus listrik [5].

Salah satu karakteristik terpenting dari material padat adalah kemudahannya dalam menghantarkan arus listrik. Hubungan antara I (arus listrik) dan V (tegangan) sesuai dalam Hukum Ohm berikut ini,

$$V = IR \quad (3)$$

dengan R adalah hambatan material yang dilalui arus listrik [1].

2.3 Persamaan Konduksi Panas

Konduksi panas adalah fenomena dimana panas dipindahkan dari daerah bersuhu tinggi menuju yang lebih rendah. Kemampuan suatu bahan untuk memindahkan panas disebut *thermal conductivity* yang didefinisikan dalam persamaan berikut.

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad (4)$$

dengan q adalah laju perpindahan panas konduksi per satuan waktu per satuan luas, k adalah konstanta konduktivitas termal dan $\frac{dT}{dx}$ adalah

perubahan suhu pada konduktor [1].

Persamaan (4) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} \tag{5}$$

dengan q_x adalah laju perpindahan panas konduksi pada arah x per satuan waktu [2].

Dalam [2], diperhatikan Hukum Kestimbangan Energi berikut ini,

$$q_x + q_{generated} = Q + q_{x+\Delta x} \tag{6}$$

dengan q_x adalah laju perpindahan panas konduksi pada arah x . Berdasarkan hukum tersebut, diperoleh persamaan konduksi panas 1-dimensi dengan sumber panas sebagai berikut.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + s(x, t) \tag{7}$$

2.4 Metode Numerik

Pendekatan turunan tingkat satu terhadap variabel waktu ditentukan dengan skema beda hingga pusat berorde dua sebagai berikut.

$$\frac{\partial T_i^{n+\frac{1}{2}}}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \tag{8}$$

Pendekatan turunan tingkat dua terhadap variabel ruang ditentukan dengan skema beda hingga pusat orde dua sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 T_i^n}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \tag{9}$$

Solusi numerik dari persamaan konduksi panas dapat ditentukan dengan skema pendekatan berikut ini.

$$w^{(n+1)} = ((I + \lambda A)^{-1} (I - \lambda A)) w^{(n)} \tag{10}$$

dengan I adalah matriks identitas, $\lambda = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}$,

dan A adalah matriks berikut ini.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & & & & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & & & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Skema pada Persamaan (10) merupakan skema pendekatan Crank-Nicolson [6].

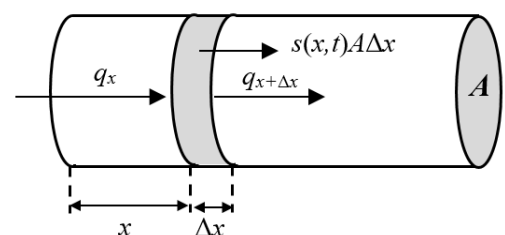
Skema pendekatan Crank-Nicolson pada Persamaan (10) digeneralisasi menjadi skema pendekatan berikut.

$$w^{(n+1)} = ((I + \lambda A)^{-1} (I - \lambda A)) w^{(n)} - (I + \lambda A)^{-1} \lambda (SB^{(n)} + SB^{(n+1)}) + (I + \lambda A)^{-1} \frac{\Delta t}{2} (SP^{(n)} + SP^{(n+1)}) \tag{11}$$

dengan $w^{(n)}$ adalah syarat awal, $SB^{(n)}$ syarat batas saat $t = t_0$ dan $SP^{(n)}$ sumber panas saat $t = t_0$ [7].

3. Hasil Dan Pembahasan

Sepotong kawat tembaga berbentuk silinder sepanjang 15 cm pada awalnya memiliki *uniform temperature* 20°C. Pada $t = 0$, arus 10 amp mulai mengalir melalui kawat menghasilkan panas, sedangkan suhu di ujung kawat dikondisikan pada 20°C [8]. Contoh kasus tersebut dapat diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 1. Energi yang terjadi dalam perpindahan konduksipanas pada silinder

Sesuai pada [2], berdasarkan Hukum

Kesetimbangan Energi, diperoleh “energi pada sisi kiri + panas yang dihasilkan oleh sistem = perubahan energi internal + energi yang keluar dari sisi kanan”.

Energi yang masuk di sisi kiri adalah laju perpindahan panas konduksi sesuai persamaan (5). Energi yang dihasilkan pada kawat tembaga yaitu $q_{generated}$ adalah sebagai berikut,

$$q_{generated} = s(x,t)A\Delta x \quad (12)$$

dengan $s(x,t)$ adalah sumber panas.

Ketika potongan kawat tembaga dikenai q_x , maka terjadi perubahan energi internal. Perubahan energi internal yaitu Q dipengaruhi oleh massa benda, kalor jenis benda dan perubahan suhu terhadap waktu. Oleh karena itu, perubahan energi internal Q dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$Q = mc_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13)$$

dengan m adalah massa benda, c_p adalah kalor jenis benda dan perubahan suhu terhadap waktu dinyatakan $\frac{\partial T}{\partial t}$.

Selanjutnya diperhatikan massa jenis benda yang merupakan pengukuran massa setiap volume benda. Massa jenis benda merupakan total massa dibagi dengan total volumenya, sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (14)$$

dengan V adalah volume benda dan ρ massa jenis benda. Perubahan energi internal Q dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$Q = mc_p \Delta t = \rho c_p A \frac{\partial T}{\partial t} \Delta x \quad (15)$$

Energi yang keluar dari sisi kanan adalah sebagai

berikut.

$$\begin{aligned} q_{x+\Delta x} &= q_x + q'_x \Delta x \\ &= -A \left(k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Delta x \right) \end{aligned} \quad (16)$$

Berdasarkan Hukum Kesetimbangan energi diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\begin{aligned} q_x + q_{generated} &= Q + q_{x+\Delta x} \\ \Leftrightarrow \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} &= k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + s(x,t) \end{aligned} \quad (17)$$

Kawat tembaga pada Gambar 1, dialiri arus listrik yang menjadi sumber panas sistem, sehingga $s(x,t)$ dapat dinyatakan dalam persamaan berikut ini,

$$\begin{aligned} s(x,t) &= \text{Intensitas Energi} \\ &= \frac{P}{A} \\ &= \frac{4I^2 R}{\pi D^2} \end{aligned} \quad (18)$$

dengan P adalah daya listrik, V adalah tegangan listrik, I adalah arus listrik dan R adalah hambatan.

Sedemikian sehingga suhu di dalam kabel kawat tembaga memenuhi masalah nilai awal dan masalah nilai batas berikut ini.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{4I^2 R}{\pi D^2} \quad (19)$$

$$T(0,t) = T(0.15,T) = 20 \quad (20)$$

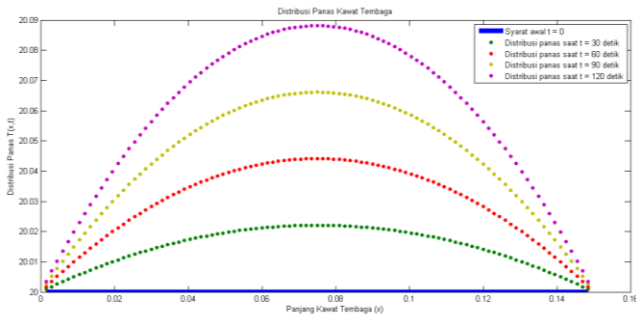
$$T(x,0) = 20 \quad (21)$$

Parameter yang digunakan adalah $\rho = 8933 \text{ kg/m}^3$, kapasitas panas $c_p = 385 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, konduktivitas termal $k = 401 \text{ J/ms}^\circ\text{C}$, diameter kawat $D = 2,6 \text{ mm}$, arus $I = 10 \text{ amp}$ dan hambatan per satuan panjang adalah

$$R = \frac{6.8 \times 10^{-8} \Omega m}{\pi D^2}.$$

Diasumsikan $\Delta t = 10^{-2}$ sehingga diperlukan

sebanyak 10^2 iterasi untuk mencapai waktu $t = 1$ detik. Distribusi panas kawat tembaga saat $t_1 = 30$ detik, $t_2 = 60$ detik, $t_3 = 90$ detik dan $t_4 = 120$ detik adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Distribusi panas kawat tembaga setiap 30 detik

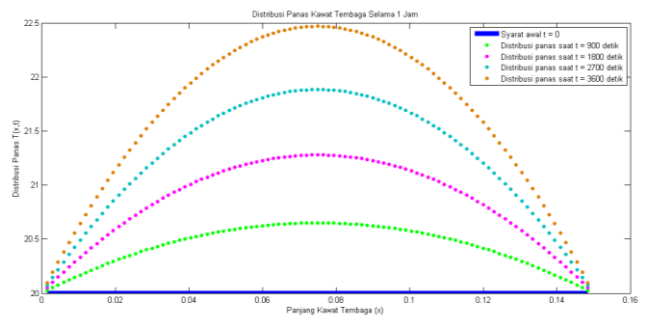
Berdasarkan Gambar 2, suhu awal kawat tembaga adalah $20\text{ }^\circ\text{C}$, distribusi panas yang terjadi pada kawat tembaga tetap mempertahankan kondisi batas yaitu $20\text{ }^\circ\text{C}$. Kawat tembaga mengalami kenaikan suhu dengan perubahan suhu maksimal yang hampir sama setiap 30 detik. Perubahan suhu pada kawat tembaga tersebut sesuai tabel berikut ini.

Tabel 1. Perubahan suhu setiap 30 detik

Waktu t (detik)	Suhu Maksimum ($^\circ\text{C}$)	Perubahan Suhu ($^\circ\text{C}$)
30 detik	$20,0221\text{ }^\circ\text{C}$	$2,21 \times 10^{-2}\text{ }^\circ\text{C}$
60 detik	$20,0441\text{ }^\circ\text{C}$	$2,20 \times 10^{-2}\text{ }^\circ\text{C}$
90 detik	$20,0661\text{ }^\circ\text{C}$	$2,20 \times 10^{-2}\text{ }^\circ\text{C}$
120 detik	$20,0881\text{ }^\circ\text{C}$	$2,20 \times 10^{-2}\text{ }^\circ\text{C}$

Perubahan suhu yang konstan pada Tabel 1, belum dapat disimpulkan tentang distribusi panas yang terjadi pada kawat tembaga. Hal ini dikarenakan level waktu yang digunakan masih dalam hitungan detik. Oleh karena itu, dilakukan perhitungan dengan level waktu yang lebih lama.

Berikut adalah distribusi panas yang terjadi pada kawat tembaga selama 1 jam.



Gambar 3. Distribusi panas kawat tembaga setiap 15 menit selama 1 jam

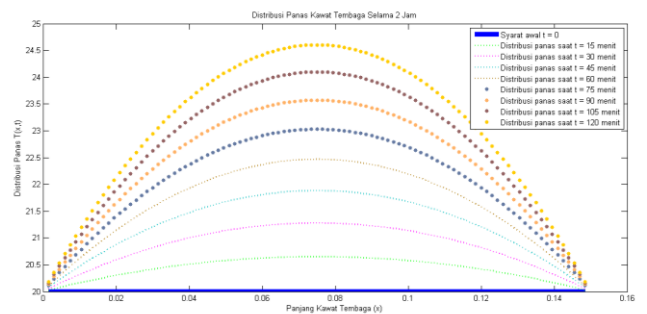
Berdasarkan Gambar 3, dengan bertambahnya level waktu, maka panas pada kawat tembaga semakin meningkat, dengan perubahan suhu seperti pada tabel berikut.

Tabel 2. Perubahan suhu setiap 15 menit selama 1 Jam

Waktu t (menit)	Suhu Maksimum ($^\circ\text{C}$)	Perubahan suhu ($^\circ\text{C}$)
15 menit	$20,6507\text{ }^\circ\text{C}$	$0,6507\text{ }^\circ\text{C}$
30 menit	$21,2782\text{ }^\circ\text{C}$	$0,6275\text{ }^\circ\text{C}$
45 menit	$21,8835\text{ }^\circ\text{C}$	$0,6053\text{ }^\circ\text{C}$
60 menit	$22,4672\text{ }^\circ\text{C}$	$0,5838\text{ }^\circ\text{C}$

Sesuai Gambar 3 dan Tabel 2, suhu maksimum meningkat dengan bertambahnya level waktu. Tetapi, perubahan suhu yang terjadi disetiap 15 menit semakin menurun dengan rata-rata 3,55%.

Untuk mengetahui distribusi panas kawat tembaga dengan level waktu yang lama, gambar berikut menunjukkan distribusi panas kawat tembaga selama 2 jam.



Gambar 4. Distribusi panas kawat tembaga setiap 15 menit selama 2 jam

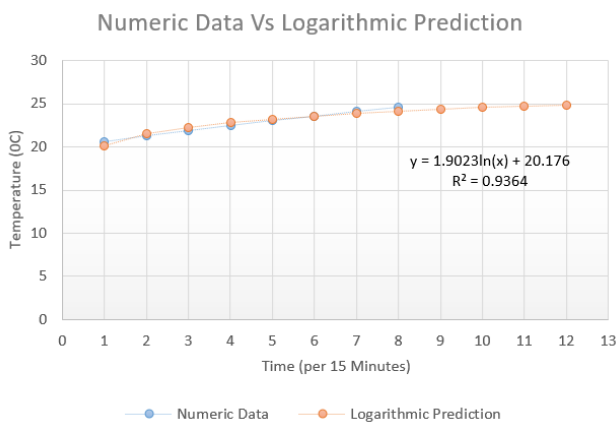
Gambar 4 menunjukkan hasil yang identik dengan Gambar 2 dan Gambar 3, yaitu kawat tembaga semakin panas dengan bertambahnya level waktu. Perubahan suhu pada Gambar 4 sesuai tabel berikut.

Tabel 3. Perubahan suhu setiap 15 menit selama 1 jam kedua

Waktu <i>t</i> (menit)	Suhu Maksimum (°C)	Perubahan Suhu (°C)
75 menit	23,0302 °C	0,5630 °C
90 menit	23,5732 °C	0,5430 °C
105 menit	24,0970 °C	0,5237 °C
120 menit	24,6021 °C	0,5051 °C

Berdasarkan Tabel 3, perubahan suhu menurun disetiap 15 menit dengan rata-rata 3,55%.

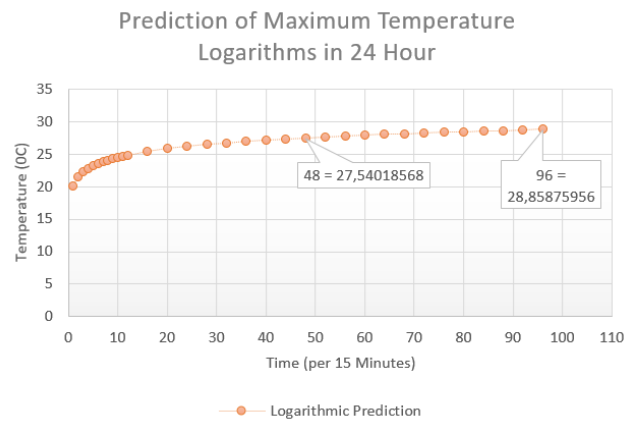
Suhu maksimum kawat tembaga setiap 15 menit diilustrasikan pada gambar berikut.



Gambar 5. Suhu maksimum kawat tembaga setiap 15 menit

Pada Gambar 5, *numeric data* adalah data suhu maksimum yang diperoleh dari Tabel 2 dan Tabel 3, sedangkan *logarithmic prediction* adalah data pendekatan dengan menggunakan fungsi logaritma. Penggunaan pendekatan fungsi logaritma dikarenakan suhu maksimum kawat tembaga akan selalu meningkat disetiap level waktu, tetapi dengan perubahan suhu yang semakin menurun. Selanjutnya data *logarithmic prediction* ini digunakan untuk memperkirakan

suhu maksimum kawat tembaga selama 24 jam, sesuai gambar berikut ini.



Gambar 6. Prediksi suhu maksimum kawat tembaga selama 24 jam

Gambar 6 menunjukkan prediksi suhu maksimum kawat tembaga selama 1 hari yaitu 24 jam dengan pendekatan fungsi logaritma $f(x) = 1,9023 \ln x + 20,176$. Selama 12 jam, suhu kawat tembaga diprediksi mencapai 27,54°C dan mencapai suhu 28,86 °C setelah 24 jam.

4. Kesimpulan Dan Saran

Distribusi panas kawat tembaga semakin meningkat dengan bertambahnya level waktu. Setiap level waktu, yaitu 15 menit dalam 2 jam, suhu maksimum kawat tembaga meningkat, namun perubahan suhu menurun dengan rata-rata 3,55%. Suhu maksimum kawat tembaga selama 24 jam mencapai 28,86°C sesuai pendekatan fungsi logaritma $f(x) = 1,9023 \ln x + 20,176$.

5. Ucapan Terima Kasih

Terima kasih disampaikan kepada Politeknik Negeri Malang dan Universitas Yudharta Pasuruan yang telah memfasilitasi keberlangsungan penelitian dalam artikel ini.

Daftar Pustaka

- [1] Callister, W.D. 2001. *Fundamentals of Materials Science and Engineering, Fifth Edition*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [2] Holman, J.,P. 2010. *Heat Transfer, Tenth Edition*. The Mc.Graw-Hill Companies, Inc., New York.
- [3] Setyadi, Iwan dan Syawal, M. 2015. Optimasi Proses *Annealing* Pada Proses *Fine Drawing* Untuk Memperbaiki Sifat Mekanis Produk Kawat Tembaga. *Jurnal Sains Materi Indonesia* 16(4), p.164-172.
- [4] El Maghfiroh, R., dan Zaman, M.B. 2020. Proses Penyebaran Konduksi Panas 1-Dimensi Pada Pipa Besi. *Transformasi: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika* 4(1), p.251-258.
- [5] Tipler, P.A. dan Mosca, G. 2004. *Physics: For Scientists And Engineers, Fifth Edition*. W.H. Freeman and Company, New York.
- [6] Humi and Miller. 1992. *Boundary Value Problems and Partial Differential Equations*. PWS-KENT Publishing, Boston.
- [7] El Maghfiroh, R., dan Zaman, M.B. 2020. Analisis Numerik Penyebaran Panas Pada Konstruksi Beton Menggunakan Skema Beda Hingga. *MAp (Mathematics and Applications) Journal* 2(1), p.9-15.
- [8] Bradie, B. 2006. *A Friendly Introduction to Numerical Analysis*. Pearson Education, Inc., Jersey.