UIN IMAM BONJOL PADANG

MAp Journal
Mathematics & Applications

Web : ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/MAp
Email : map_journal@uinib.ac.id

GENERALISASI *t*-DERIVASI DI *B*-ALJABAR

GENERALITATION OF t-DERIVATION ON B-ALGEBRA

Elsi Fitria[1§], Sri Gemawati[2], Amalina[3], Reihani Jemila Nurbai[4]
[1]FMIPA, Universitas Riau, Kampus Bina Widya, Pekanbaru [Email: elsifitria823@gmail.com]
[2]FMIPA, Universitas Riau, Kampus Bina Widya, Pekanbaru [Email: gemawati.sri@gmail.com]
[3]Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang [Email: amalina@uinib.ac.id]
[4]Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang
[§]*Corresponding Author*

Received Maret 2021; Accepted Juni 2021; Published Juni 2021;

Abstrak

Pada artikel ini didefinisikan konsep generalisasi *left-right t*-derivasi ((*l*, *r*)-*t*-derivasi) dan generalisasi *right-left t*-derivasi ((*r*, *l*)-*t*-derivasi) di *B*-aljabar dan diselidiki sifat-sifatnya. Kemudian, juga diselidiki sifat-sifat dari suatu generalisasi *t*-derivasi yang *regular* di *B*-aljabar. Pada bagian akhir, dibahas sifat-sifat generalisasi (*l*, *r*)-*t*-derivasi dan generalisasi (*r*, *l*)-*t*-derivasi di *B*-aljabar 0-komutatif.

Kata Kunci: (*l*, *r*)-*t*-derivasi, (*r*, *l*)-*t*-derivasi, generalisasi *t*-derivasi, *B*-aljabar

Abstract

In this paper, the notions of generalized left-right t-derivation ((l, r)-t-derivation) and generalized right-left t-derivation ((r, l)-t-derivation) in B-algebra are introduced and some related properties are investigated. Also, we consider some related properties of regular in B-algebra. Finally, we disscuss about some properties of generalized (l, r)-t-derivation and generalized (r, l)-t-derivation in 0-commutative B-algebra.

Keywords*: (l, r)-t-derivation, (r, l)-t-derivation, generalized t-derivation, B-algebra*

1. Pendahuluan

Neggers dan Kim dalam [6] memperkenalkan konsep *B*-aljabar, yaitu suatu himpunan tak kosong X dengan operasi biner $*$ dan konstanta 0 yang dinotasikan dengan $(X; *, 0)$, serta memenuhi aksioma $(B1)$ $x * x = 0$, $(B2)$ $x * 0 = x$, dan $(B3)$ $(x * y) * z = x * (z * (0 * y))$ untuk setiap $x, y, z \in X$. Kemudian, Kim dan Kim dalam [4] mengkonstruksi generalisasi dari *B*-aljabar yang dinamakan *BG*-aljabar, yang memenuhi aksioma $(B1)$, $(B2)$, dan

$$(BG)\ (x * y) * (0 * y) = x \quad (1)$$

untuk setiap $x, y \in X$. Selain generalisasinya, Kim dan park dalam [5] juga membahas bentuk khusus dari *B*-aljabar yang dinamakan *B*-aljabar 0-

komutatif yang memenuhi aksioma $x * (0 * y) = y * (0 * x)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Konsep derivasi pertama kali dibahas dalam kajian ring dan *near* ring. Namun, seiring perkembangan aljabar abstrak, konsep derivasi telah dibahas dalam struktur aljabar lainnya. Al-Shehrie dalam [1] telah membahas konsep derivasi di *B*-aljabar. Hasil yang diperoleh adalah mendefinisikan (*l*,*r*)-derivasi, (*r*,*l*)-derivasi, dan *regular* di *B*-aljabar. Kemudian, juga diperoleh sifat-sifat derivasi di *B*-aljabar. Kemudian, Soleimani dan Jahangiri dalam [8] mengembangkan penelitian derivasi tersebut, sehingga diperoleh konsep *t*-derivasi di *B*-aljabar. Penelitian tersebut diawali dengan mendefinisikan suatu *self-map* d_t pada *B*-aljabar $(X; *, 0)$ dengan $d_t(x) = x * t$ untuk setiap $t, x \in X$, lalu didefinisikan konsep (*l*, *r*)-*t*-derivasi dan (*r*, *l*)-*t*-derivasi di *B*-aljabar.

Beberapa peneliti menemukan definisi baru sebagai bentuk generalisasi dari derivasi. Diantaranya adalah Sugianti dan Gemawati dalam [7] telah membahas generalisasi derivasi di *BM*-aljabar. Hasil penelitiannya adalah mendefinisikan generalisasi (*l*,*r*)-derivasi dan generalisasi (*r*,*l*)-derivasi di *BM*-aljabar, serta mengkonstruksi sifat-sifatnya.

Pada artikel ini didefinisikan konsep generalisasi (*l*,*r*)-*t*-derivasi, generalisasi (*r*,*l*)-*t*-derivasi, dan generalisasi derivasi di *B*-aljabar, sehingga diperoleh sifat-sifat yang dimilikinya. Kemudian, dibahas sifat-sifat generalisasi (*l*,*r*)-*t*-derivasi, generalisasi (*r*,*l*)-*t*-derivasi, dan generalisasi derivasi di *B*-aljabar 0-komutatif.

2. Landasan Teori

Pada bagian ini, diberikan beberapa definisi yang diperlukan untuk mengkonstruksi hasil utama dari penelitian. Dimulai dengan beberapa definisi dan teori tentang *B*-aljabar dan *B*-aljabar 0-komutatif, kemudian, diberikan konsep *t*-derivasi di *B*-aljabar dan generalisasi derivasi di *BM*-aljabar yang telah dibahas dalam [1, 5, 6, 8].

Definisi 2.1. [6] *B-aljabar adalah suatu himpunan tak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner* $*$ *yang memenuhi aksioma berikut:*

(*B1*) $x * x = 0$,

(*B2*) $x * 0 = x$,

(*B3*) $(x * y) * z = x * (z * (0 * y))$,

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Contoh 2.2. Misalkan $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ suatu himpunan yang didefinisikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1: Tabel Cayley untuk $(X; *, 0)$

$*$	0	1	2	3	4	5
0	0	2	1	3	4	5
1	1	0	2	4	5	3
2	2	1	0	5	3	4
3	3	4	5	0	2	1
4	4	5	3	1	0	2
5	5	3	4	2	1	0

Dapat dilihat pada Tabel 2.1 bahwa diagonal utamanya bernilai 0, sehingga berlaku $x * x = 0$ (aksioma *B1* terpenuhi) dan nilai pada kolom kedua menyatakan bahwa hasil operasi suatu elemen dengan 0 adalah elemen itu sendiri sehingga berlaku $x * 0 = x$ (aksioma *B2* terpenuhi). Kemudian, misalkan $x, y, z \in X$, dari Tabel 2.1 dapat dibuktikan bahwa

$$(x * y) * z = x * (z * (0 * y)) \tag{2}$$

sehingga aksioma *B3* terpenuhi. Oleh karena itu, terbukti bahwa $(X; *, 0)$ adalah *B*- aljabar.

Lema 2.3. [6] *Jika $(X\ ;\ *, 0)$ suatu B-aljabar, maka*

(i) $0 * (0 * x) = x$,

(ii) $(x * y) * (0 * y) = x$,

(iii) $y * z = y * \big(0 * (0 * z)\big)$,

(iv) $x * (y * z) = (x * (0 * z)) * y$,

(v) *Jika* $x * z = y * z$ *maka* $x = y$,

(vi) *Jika* $x * y = 0$, *maka* $x = y$,

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Lema 2.3 telah diberikan pada [6].

Definisi 2.4. [5] *Suatu B-aljabar $(X\ ;\ *, 0)$ dikatakan 0-komutatif jika memenuhi $x * (0 * y) = y * (0 * x)$ untuk setiap x, $y \in X$.*

Contoh 2.5. Misalkan $X = \{0, 1, 2\}$ suatu himpunan yang didefinisikan pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2: Tabel Cayley untuk $(X; *, 0)$

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Berdasarkan Tabel 2.2 dapat dibuktikan bahwa $(X; *, 0)$ adalah *B*-aljabar 0-komutatif.

Teorema 2.6. [5] *Misalkan $(X\ ;\ *, 0)$ adalah B-aljabar 0-komutatif, maka*

(i) $(0 * x) * (0 * y) = y * x$,

(ii) $x * (x * y) = y$,

(iii) $(x * a) * (y * b) = (b * a) * (y * x)$,

(iv) $(x * z) * (y * z) = x * y$,

(v) $(x * y) * z = (x * z) * y$,

untuk setiap $a, b, x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.6 telah diberikan pada [5].

Konsep derivasi di *B*-aljabar telah

dibahas dalam [1]. Misalkan (X ; $*$, 0) suatu *B*-aljabar, maka didefinisikan $x \wedge y = y * (y * x)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Definisi 2.7. [1] *Misalkan (X; $*$, 0) adalah B-aljabar. Suatu pemetaan dari X ke dirinya sendiri disebut (l,r)-derivasi di X jika memenuhi*

$$d(x * y) = (d(x) * y) \wedge (x * d(y))$$

untuk setiap x,$y \in X$ dan disebut (r,l)-derivasi di X jika memenuhi

$$d(x * y) = (x * d(y)) \wedge (d(x) * y).$$

Pemetaan d disebut derivasi di X jika d merupakan (l,r)-derivasi sekaligus (r,l)-derivasi di X.

Definisi 2.7. [1] *Misalkan (X; $*$, 0) suatu B-aljabar. Pemetaan dari X ke dirinya sendiri dikatakan regular jika memenuhi* (0)= 0.

Definisi 2.8. [8] *Misalkan (X; $*$, 0) suatu B-aljabar. Suatu pemetaan d_t dari X ke dirinya sendiri untuk sebarang $t \in X$ didefinisikan sebagai $d_t\,(x) = x * t$ untuk setiap $x \in X$.*

Definisi 2.9. [8] *Misalkan (X; $*$, 0) adalah B-aljabar. Suatu pemetaan d_t dari X ke dirinya sendiri disebut (l,r)-t-derivasi di X jika memenuhi*

$$d_t(x * y) = (d_t(x) * y) \wedge (x * d_t(y))$$

untuk setiap x,$y \in X$ dan disebut (r,l)-t-derivasi di X jika memenuhi

$$d_t(x * y) = (x * d_t(y)) \wedge (d_t(x) * y).$$

Pemetaan d_t disebut t-derivasi di X jika d_t merupakan (l,r)-t-derivasi sekaligus (r,l)-t-derivasi di X.

Definisi 2.10. [3] BM-aljabar adalah suatu himpunan tak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner $*$ sehingga untuk setiap x,y,$z \in X$ *berlaku aksioma berikut:*

(*A1*) $x * 0 = x$,

(*A2*) $(z * x) * (z * y) = y * x$.

Definisi 2.11. [3] *Misalkan (X; $*$, 0) adalah BM-aljabar. Suatu pemetaan D:$X \to X$ disebut generalisasi (l,r)-derivasi jika terdapat (l,r)-derivasi d:$X \to X$ sehingga*

$$D(x * y) = (D(x) * y) \wedge (x * d(y))$$

untuk setiap x, $y \in X$. Jika terdapat (r,l)-derivasi d:$X \to X$ sehingga

$$D(x * y) = (x * D(y)) \wedge (d(x) * y)$$

untuk setiap x, $y \in X$, maka D disebut generalisasi (r,l)-derivasi. Jika D adalah generalisasi (l,r)-derivasi sekaligus generalisasi (r,l)-derivasi maka D disebut generalisasi derivasi dari X.

Contoh 2.12. Diberikan $X = \{0, a, b, c\}$ suatu himpunan dengan tabel *Cayley* berikut:

Tabel 2.3: Tabel *Cayley* untuk (X;$*$,0)

$*$	0	a	b	c
0	0	b	a	c
a	a	0	c	b

b	b	c	0	a
c	c	a	b	0

Dari Tabel 2.3 dapat dibuktikan bahwa X adalah BM-aljabar. Didefinisikan pemetaan $D : X \to X$ dan $d : X \to X$ dengan

$$D(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x = 0, \\ b & jika\ x = a, \\ a & jika\ x = b, \\ c & jika\ x = c, \end{cases}$$

dan

$$d(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x = 0, b, \\ b & jika\ x = a, c. \end{cases}$$

Dapat dibuktikan bahwa D adalah generalisasi derivasi di X.

3. Hasil Dan Pembahasan

Pada bagian ini didefinisikan konsep generalisasi (l, r)-t-derivasi dan generalisasi (r, l)-t-derivasi di B-aljabar dan B-aljabar 0-komutatif dan diberikan sifat-sifat yang dimilikinya.

Definisi 3.1. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar. Suatu pemetaan D_t dari X ke dirinya sendiri dikatakan generalisasi (l,r)-t-derivasi di X jika terdapat suatu (l,r)-t-derivasi d_t di X sehingga*

$$D_t(x * y) = (D_t(x) * y) \wedge (x * d_t(y))$$

untuk setiap $x,y \in X$ dan D_t dikatakan generalisasi (r,l)-t-derivasi di X jika terdapat suatu (r,l)-t-derivasi d_t di X sehingga

$$D_t(x * y) = (x * D_t(y)) \wedge (d_t(x) * y).$$

Jika D_t adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi sekaligus generalisasi (r,l)-t-derivasi di X, maka D_t dikatakan generalisasi t-derivasi di X.

Berikut ini diberikan sifat yang menyatakan eksistensi dari generalisasi t-derivasi di B-aljabar.

Teorema 3.2. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar dan D_t adalah suatu pemetaan dari X ke dirinya sendiri, maka*

(i) *D_0 adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi di X,*

(ii) *D_0 adalah generalisasi (r,l)-t-derivasi di X,*

(iii) *D_0 adalah generalisasi t-derivasi di X.*

BUKTI. Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar dan D_t adalah suatu pemetaan dari X ke dirinya sendiri.

(i) Berdasarkan aksioma *B1* untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$D_0(x * y)$$
$$= (x * y) * 0$$
$$= (x * y) * [(x * y) * (x * y)]$$
$$= (x * y) \wedge (x * y)$$
$$D_0(x * y) = (D_0(x) * y) \wedge (x * d_0(y)).$$

Jadi, terbukti bahwa D_0 adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi di X.

(ii) Berdasarkan aksioma *B1* untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$D_0(x * y)$

$= (x * y) * 0$

$= (x * y) * [(x * y) * (x * y)]$

$= (x * y) \wedge (x * y)$

$D_0(x * y) = (x * D_0(y)) \wedge (d_0(x) * y)$.

Jadi, terbukti bahwa D_0 adalah generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi di *X*.

(iii) Berdasarkan (i) dan (ii) terbukti bahwa D_0 adalah generalisasi (*l,r*)-*t*-derivasi dan generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi di *X*. Oleh karena itu, terbukti bahwa D_0 adalah generalisasi *t*-derivasi di *X*.

Dengan demikian, Teorema 3.2 terbukti. □

Selanjutnya diberikan sifat-sifat generalisasi *t*-derivasi di *B*-aljabar.

Teorema 3.3. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar dan D_t adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi di X.*

(i) *Jika d_t adalah fungsi identitas, maka $D_t(0) = D_t(x) * x$ untuk setiap $x \in X$,*

(ii) *Jika d_t adalah fungsi identitas dan D_t regular, maka D_t adalah fungsi identitas,*

(iii) *Jika d_t regular, maka $D_t(x) = D_t(x) \wedge x$ untuk setiap $x \in X$.*

BUKTI. Misalkan (X; ∗, 0) adalah *B*-aljabar dan D_t adalah generalisasi *(l,r)-t*-derivasi di *X*.

(i) Karena d_t adalah fungsi identitas dan dari aksioma *B1* dan Lema 2.3 (i), untuk setiap $x \in X$ diperoleh

$D_t(0)$

$= D_t(x * x)$

$= (D_t(x) * x) \wedge (x * d_t(x))$

$= (D_t(x) * x) \wedge (x * x)$

$= (D_t(x) * x) \wedge 0$

$= 0 * (0 * (D_t(x) * x))$

$D_t(0) = D_t(x) * x$.

Jadi, terbukti bahwa $D_t(0) = D_t(x) * x$ untuk setiap $x \in X$.

(ii) Karena d_t adalah fungsi identitas, maka dari (i) diperoleh $D_t(0) = D_t(x) * x$ untuk setiap $x \in X$. Karena D_t *regular* maka dari Lema 2.3 (v) dan aksioma *B1* diperoleh

$D_t(0) = 0$

$D_t(x) * x = 0$

$D_t(x) * x = x * x$

$D_t(x) = x,$

untuk setiap $x \in X$. Jadi, terbukti bahwa D_t adalah fungsi identitas.

(iii) Karena d_t *regular*, maka berdasarkan aksioma *B2* diperoleh

$D_t(x)$

$= D_t(x * 0)$

$= (D_t(x) * 0) \wedge (x * d_t(0))$

$= D_t(x) \wedge (x * 0)$

$D_t(x)$
$= D_t(x) \wedge x,$

untuk setiap $x \in X$.

Dengan demikian, Teorema 3.3 terbukti. □

Teorema 3.4. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar dan D_t adalah generalisasi (r,l)-t-derivasi di X.*

(i) *Jika d_t adalah fungsi identitas, maka $D_t(0) = x * D_t(x)$ untuk setiap $x \in X$,*

(ii) *Jika d_t adalah fungsi identitas dan D_t regular, maka D_t adalah fungsi identitas,*

(iii) *Jika D_t regular, maka $D_t(x) = x \wedge d_t(x)$ untuk setiap $x \in X$.*

BUKTI. Misalkan (*X*; ∗, 0) adalah *B*-aljabar dan D_t adalah generalisasi *(r,l)-t*-derivasi di *X*.

(i) Karena d_t adalah fungsi identitas dan dari aksioma *B1* dan Lema 2.3 (i), untuk setiap $x \in X$ diperoleh

$D_t(0)$
$= D_t(x * x)$
$= (x * D_t(x)) \wedge (d_t(x) * x)$
$= (x * D_t(x)) \wedge (x * x)$
$= (x * D_t(x)) \wedge 0$
$= 0 * (0 * (x * D_t(x)))$
$D_t(0) = x * D_t(x).$

Jadi, terbukti bahwa $D_t(0) = x * D_t(x)$ untuk setiap $x \in X$.

(ii) Karena d_t adalah fungsi identitas, maka dari (i) diperoleh $D_t(0) = x * D_t(x)$ untuk setiap $x \in X$. Karena D_t *regular* maka dari Lema 2.3 (v) dan aksioma *B1* diperoleh

$D_t(0) = 0$
$x * D_t(x) = 0$
$x * D_t(x) = D_t(x) * D_t(x)$
$x = D_t(x),$

untuk setiap $x \in X$. Jadi, terbukti bahwa D_t adalah fungsi identitas.

(iii) Karena D_t *regular*, maka berdasarkan aksioma *B2* diperoleh

$D_t(x)$
$= D_t(x * 0)$
$= (x * D_t(0)) \wedge (d_t(x) * 0)$
$= (x * 0) \wedge d_t(x)$
$D_t(x)$
$= x \wedge d_t(x),$

untuk setiap $x \in X$.

Dengan demikian, Teorema 3.4 terbukti. □

Teorema 3.5. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar dan D_t adalah generalisasi t-derivasi di X. Jika d_t adalah fungsi identitas dan D_t regular, maka D_t adalah fungsi identitas.*

BUKTI. Berdasarkan Teorema 3.3(ii) dan Teorema 3.4(ii), maka teorema ini terbukti. □

Selanjutnya, diberikan sifat-sifat yang diperoleh dari generalisasi *t*-derivasi di *B*-aljabar 0-komutatif.

Teorema 3.6. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar 0-komutatif dan D_t adalah generalisasi (r,l)-t-derivasi di X.*

(i) *Jika d_t adalah fungsi identitas, maka $D_t(0) = t$ untuk setiap $t \in X$,*

(ii) *D_t regular jika dan hanya jika D_t adalah fungsi identitas.*

BUKTI. Misalkan (*X*; ∗, 0) adalah *B*-aljabar 0-komutatif dan D_t adalah generalisasi *(r,l)-t*-derivasi di *X*.

(i) Karena d_t adalah fungsi identitas, dari Teorema 3.4(i) dan Teorema 2.6(ii), untuk setiap $x \in X$ diperoleh

$$D_t(0) = x * D_t(x)$$
$$= x * (x * t)$$
$$D_t(0) = t.$$

Jadi, terbukti bahwa $D_t(0) = t$ untuk setiap $t \in X$.

(ii) Karena D_t *regular*, maka dari Teorema 3.4(iii) diperoleh

$$D_t(x) = x \wedge d_t(x)$$
$$= d_t(x) \wedge (d_t(x) * x)$$
$$D_t(x) = x,$$

untuk setiap $x \in X$. Jadi, terbukti bahwa D_t adalah fungsi identitas. Sebaliknya, misalkan D_t adalah fungsi identitas, maka dari aksioma *B2* diperoleh

$$D_t(0)$$
$$= D_t(x * x)$$
$$= (x * D_t(x)) \wedge (d_t(x) * x)$$
$$= (x * x) \wedge (d_t(x) * x)$$
$$= 0 \wedge (d_t(x) * x)$$
$$= (d_t(x) * x) * [(d_t(x) * x) * 0]$$
$$= (d_t(x) * x) * (d_t(x) * x)$$
$$D_t(0)$$
$$= 0,$$

untuk setiap $x \in X$. Jadi, terbukti bahwa D_t *regular*. Dengan demikian, Teorema 3.6 terbukti. □

Lema 3.7. *Misalkan (X; ∗, 0) adalah B-aljabar 0-komutatif dan D_t adalah suatu pemetaan dari X ke dirinya sendiri, maka*

(i) *Jika D_t adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi di X, maka $D_t(x * y) = D_t(x) * y$ untuk setiap $x, y \in X$,*

(ii) *Jika D_t adalah generalisasi (r,l)-t-derivasi di X, maka $D_t(x * y) = x * D_t(y)$ untuk setiap $x, y \in X$.*

BUKTI. Misalkan (*X*; ∗, 0) adalah *B*-aljabar 0-komutatif dan D_t adalah suatu pemetaan dari *X* ke dirinya sendiri.

(i) Berdasarkan Teorema 2.6(ii), untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$D_t(x * y)$$
$$= (D_t(x) * y) \wedge (x * d_t(y))$$
$$= (x * d_t(y)) * [(x * d_t(y)) * (D_t(x) * y)]$$
$$D_t(x * y) = D_t(x) * y.$$

Jadi, terbukti bahwa $D_t(x * y) = D_t(x) * y$ untuk setiap $x, y \in X$.

(ii) Berdasarkan Teorema 2.6(ii), untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$D_t(x * y) = \left(x * D_t(y)\right) \wedge \left(d_t(x) * y\right)$$
$$= (d_t(x) * y) * [(d_t(x) * y) * \left(x * D_t(y)\right)]$$
$$D_t(x * y) = x * D_t(y).$$

Jadi, terbukti bahwa $D_t(x * y) = x * D_t(y)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Dengan demikian, Lema 3.7 terbukti. □

Dengan mudah dapat dibuktikan bahwa Lema 3.7 juga berlaku sebaliknya.

Teorema 3.8. *Jika (X; ∗, 0) adalah B-aljabar 0-komutatif, maka* D_t *adalah generalisasi (l,r)-t-derivasi di X.*

BUKTI. Misalkan (*X*; ∗, 0) adalah *B*-aljabar 0-komutatif. Berdasarkan Teorema 2.6(v), untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$D_t(x * y) = (x * y) * t$$
$$= (x * t) * y$$
$$D_t(x * y) = D_t(x) * y.$$

Berdasarkan Lema 3.7(i), maka terbukti bahwa D_t adalah generalisasi *(l,r)-t*-derivasi di *X*. □

Teorema 3.9. *Jika (X; ∗, 0) adalah B-aljabar 0-komutatif dan asosiatif, maka* D_t *adalah generalisasi (r,l)-t-derivasi di X.*

BUKTI. Misalkan (*X*; ∗, 0) adalah *B*-aljabar 0-komutatif. Karena X asosiatif, maka untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$D_t(x * y) = (x * y) * t$$
$$= x(y * t)$$
$$D_t(x * y) = x * D_t(y).$$

Berdasarkan Lema 3.7(ii), maka terbukti bahwa D_t adalah generalisasi *(r,l)-t*-derivasi di *X*. □

Akibat 3.10. *Jika (X; ∗, 0) adalah B-aljabar 0-komutatif dan asosiatif, maka* D_t *adalah generalisasi t-derivasi di X.*

BUKTI. Berdasarkan Teorema 3.8 dan Teorema 3.9, maka Akibat 3.10 terbukti. □

4. Kesimpulan Dan Saran

Pada artikel ini, dapat disimpulkan bahwa secara umum sifat-sifat generalisasi (*l,r*)-*t*-derivasi berbeda dengan generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi di *B*-aljabar, dan suatu *self-map* D_t di B-aljabar belum tentu merupakan suatu generalisasi (*l,r*)-*t*-derivasi ataupun generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi. Sedangkan di *B*-aljabar 0-komutatif setiap D_t merupakan generalisasi (*l,r*)-*t*-derivasi dan setiap D_t di *B*-aljabar 0-komutatif yang memiliki sifat asosiatif merupakan generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi. Dengan demikian diperoleh sifat-sifat yang berbeda antara generalisasi (*l,r*)-*t*-derivasi dan generalisasi (*r,l*)-*t*-derivasi di *B*-aljabar dan *B*-aljabar 0-komutatif.

Daftar Pustaka

[1] Al-shehrie N. O. 2010. Derivation of *B*-algebras. *Journal of King Abdulaziz University: Science*, 22 (1), p.71-82.

[2] Ganeshkumar T, M. Chandramouleeswaran. 2013. Generalized derivation of *TM*-algebras. *International Journal of Algebra*, 7 (6), p.251-258.

[3] Kim C. B, H. S. Kim. 2006. On *BM*-algebras. *Scientiae Mathematicae Japonicae Online*, p. 215-221.

[4] Kim C. B, H. S. Kim. 2008. On *BG*-algebras. *Demonstratio Mathematica*, 41, p. 497-505.

[5] Kim H. S, H. G. Park. 2005. On 0-commutative *B*-algebras. *Scientiae Mathematicae Japonicae Online*, 18, p.31-36.

[6] Neggers J, H. S. Kim. 2002. On *B*-algebras. *Matematicki Vesnik*, 54, p.21-29.

[7] Sugianti K, S. Gemawati. 2020. Generalized *derivations* of *BM*-algebras. *International* Journal *of Contemporary Mathematical Sciences*, 15 (4), p.225-233.

[8] Soleimani R, S. Jahangiri. 2014. A note on *t-derivations* of *B*-algebras. *Journal of Mathematics and Computer Science*, 10, p.138-143.