

ESTIMASI HARGA OPSI BELI TIPE EROPA MENGGUNAKAN EKSPANSI GRAM-CHARLIER PADA SAHAM LUAR NEGERI

ESTIMATION OF EUROPEAN PUT OPTIONS PRICE USING GRAM-CHARLIER EXPANSION ON FOREIGN STOCK

Dina Agustina^{1§}, Femilya Sri Zulfa²

¹FMIPA Universitas Negeri Padang, Air Tawar Padang [dinagustina@fmipa.unp.ac.id]

²IAIN Batusangkar, Jl. Jenderal Sudirman No.137 Kabupaten Tanah Datar [femilyasrizulfa@gmail.com]

[§]Corresponding Author

Received Oct 21st 2021; Accepted Nov 20th 2021; Published Dec 01st 2021;

Abstrak

Model *Black-Scholes* merupakan salah satu model untuk menentukan harga opsi tipe Eropa dengan asumsi return dari saham harus berdistribusi normal. Pada kenyataannya *return* saham tidak mengikuti bentuk distribusi normal, dimana artinya *skewness* dan *kurtosis* saham tidak sama dengan 0 dan 3. Untuk mengatasi ketidaknormalan dari *return* saham dilakukan modifikasi model *Black-Scholes* dengan ekspansi *Gram-Charlier* dengan pendekatan *polynomial* untuk mengatasi bentuk data yang tidak berdistribusi normal. Harga opsi dengan ekspansi *Gram-Charlier* dipengaruhi oleh beberapa faktor yakni harga saham awal (S_0), harga kontrak (K), tingkat suku bunga bebas risiko (r), waktu jatuh tempo (T), volatilitas (σ), *skewness* dan *kurtosis*. Hasil dari studi menunjukkan bahwa dengan penentuan harga opsi dengan menggunakan metode *Gram-Charlier* sedikit lebih mendekati harga pasar dari pada menggunakan model *Black-Scholes*.

Kata Kunci: *Call option, Black-Scholes, Ekspansi Gram-Charlier, polinomial Hermite, kurtosis*

Abstract

The *Black-Scholes* model is one of the models for determining the price of European options with the assumption that stock returns must be normally distributed. In fact, stock returns do not follow the normal distribution form, which means that the *skewness* and stock *kurtosis* are not equal to 0 and 3. To handle it, *Black-Scholes* model modified by *Gram-Charlier* expansion with *polynomial* approach to overcome the form of data that is not normally distributed. Option prices with *Gram-Charlier* expansion are influenced by several factors, namely initial stock price (S_0), contract price (K), risk-free interest rate (r), maturity (T), volatility (σ), *skewness* and *kurtosis*. The results of the study show that the determination of option prices using the *Gram-Charlier* method is slightly closer to the market price than using the *Black-Scholes* model.

Keywords: *Call option, Black-Scholes, Ekspansi Gram-Charlier, polinomial Hermite, kurtosis*

1. Pendahuluan

Opsi merupakan suatu perjanjian atau kontrak yang dilakukan oleh dua pihak (pembeli/penjual) yang memberikan hak bukan kewajiban kepada

pihak lainnya untuk membeli/menjual suatu aset atau aktiva pada harga tertentu dengan jangka waktu tertentu. Jenis opsi terdiri dari dua yakni

opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*). Dilihat dari waktu jatuh temponya opsi dibagi menjadi dua tipe yakni opsi tipe Eropa dan opsi tipe Amerika. Opsi tipe Eropa merupakan opsi yang hanya bisa dieksekusi (*exercise*) satu kali pada saat jatuh tempo sedangkan opsi tipe Amerika bisa dieksekusi kapan saja dimulai dari saat opsi tersebut dibeli sampai dengan waktu jatuh temponya.

Dalam Fischer Black dan Myron Scholes [2] diperkenalkan suatu model untuk menentukan harga opsi yang diberi nama model harga opsi *Black-Scholes*. Asumsi klasik dari model *Black-Scholes* yaitu *return* saham berdistribusi normal dengan volatilitas konstan. Namun, pada kenyataannya *return* saham tidak berdistribusi normal

Pada tulisan ini akan dibahas lebih lanjut terkait penentuan harga opsi yang memiliki *return* tidak berdistribusi normal dengan memperhatikan momen ketiga dan keempat yaitu *skewness* dan *kurtosis* dari *return* saham. Ekspansi *Gram-Charlier* dipilih sebagai salah satu model dalam penyesuaian *skewness* dan *kurtosis* dalam model *Black-Scholes*. Pendekatan alternatif dengan polinomial Hermite digunakan sebagai metode aproksimasi. Selanjutnya, dilakukan perbandingan harga opsi beli yang diperoleh dengan ekspansi *Gram-Charlier* dan model *Black-Scholes* terhadap harga opsi di pasar luar negeri.

2. Landasan Teori

2.1. Harga Opsi Beli dengan Model Black-Scholes

Pada prakteknya, model *Black-Scholes* merupakan salah satu model untuk menentukan

harga opsi. Model ini, pertama kali diperkenalkan oleh Fischer Black dan Myron Scholes [2]. Model ini hanya bisa digunakan untuk penentuan opsi tipe Eropa dengan mempertimbangkan beberapa asumsi yakni; suku bunga bebas resiko dan volatilitas konstan, saham tidak memberikan deviden dan tidak terdapat pajak dan biaya transaksi.

Harga opsi merupakan harapan keuntungan opsi pada waktu jatuh tempo yang terdiskon oleh suku bunga bebas resiko (r). Harga opsi model *Black-Scholes* dipengaruhi oleh beberapa variabel yakni; harga saham pada waktu sekarang (S_0), harga kontrak (K), waktu jatuh tempo (T), suku bunga bebas resiko (r), volatilitas return (σ).

[2] Rumusan dari harga opsi beli model *Black-Scholes* sebagai nilai *present value* dari harapan keuntungan opsi beli tipe Eropa:

$$C_{BS} = S_0[N(d_1)] - Ke^{-rT}[N(d_2)] \quad (1)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

2.2. Polinomial Hermite

Polinomial Hermite merupakan bentuk klasik dari barisan polinomial orthogonal [6]. Polinomial Hermite diperkenalkan pertama kali oleh Laplace pada tahun 1810. Namun, polinomial Hermite dikenal luas saat setelah Charles Hermite mempublikasikan polinomial dimensional pada tahun 1864.

Diberikan fungsi densitas distribusi normal standar $n(z)$ dan $D = \frac{d}{dz}$ operator diferensiasi.

Didefinisikan formula untuk polinomial Hermite yang orthogonal pada interval $(-\infty, \infty)$, bisa didefinisikan dari Rodrigues Formula sebagai berikut [6]:

$$\begin{aligned} H_n(z)n(z) &= (-D)^n n(z) \\ &= (-1)^n D^n n(z) \\ &= (-1)^n \frac{d^n}{dz^n} n(z) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh

$$H_n(z) = \frac{(-1)^n \frac{d^n}{dz^n} n(z)}{n(z)} = \frac{(-1)^n \frac{d^n}{dz^n} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}}$$

$$H_n(z) = (-1)^n e^{\frac{z^2}{2}} \frac{d^n}{dz^n} \left(e^{-\frac{z^2}{2}} \right)$$

Dengan $n^{[k]} = \frac{n!}{(n-k)!}$ menotasikan factorial parsial.

Untuk $n \geq 0$, diperoleh

$$\begin{aligned} H_0(z)n(z) &= (-D)^0 n(z) = n(z) \\ H_1(z)n(z) &= (-D)^1 n(z) = z n(z) \\ H_2(z)n(z) &= (-D)^2 n(z) = (z^2 - 1)n(z) \\ H_3(z)n(z) &= (-D)^3 n(z) = (z^3 - 3z)n(z) \\ H_4(z)n(z) &= (-D)^4 n(z) = (z^4 - 6z^2 + 3)n(z) \end{aligned}$$

Dari turunan diatas diperoleh lima polinomail hermite pertama yaitu :

$$\begin{aligned} H_0(z) &= 1 \\ H_1(z) &= z \\ H_2(z) &= (z^2 - 1) \\ H_3(z) &= (z^3 - 3z) \\ H_4(z) &= (z^4 - 6z^2 + 3) \end{aligned}$$

Bentuk lain dari polinomial Hermite;

$$H_n(z) = \sum_{k=0}^{n/2} \frac{(-1)^k n^{[2k]}}{2^k k!} z^{n-2k}$$

Sifat orthogonal dari Polinomial Hermite yakni:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(z) H_n(z) n(z) dz = \begin{cases} 0, & \text{jika } m \neq n \\ m!, & \text{jika } m = n \end{cases}$$

2.3. Ekspansi Gram-Charlier

Ekspansi *Gram-Charlier* merupakan ekspansi yang sangat kuat untuk memperkirakan densitas aset dasar yang tidak normal pada proses stokastik. Dalam dua dekade terakhir ini, ekspansi *Gram-Charlier* telah diperkenalkan dibidang keuangan dengan model *return* saham yang leptokurtik, *skewness*, maupun volatilitas kelompok.

Perluasan fungsi kepadatan probabilitas pada seri derivatif $n(z)$ dapat menggunakan polinomial Hermite. Salah satu keunggulan utama dari polinomial Hermite yakni di bawah kondisi keteraturan tertentu fungsi densitas bisa diperluas secara formal pada rangkaian turunan dari $n(z)$.

Berikut rumusan fungsi densitas ekspansi *Gram-Charlier*:

$$g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n H_n(z) n(z)$$

dimana

$H_n(z)$: polinomial hermite orde ke- n ,
 $n(z)$: fungsi densitas normal standar,

Dengan memanfaatkan sifat orthogonal dari Polinomial Hermite, diperoleh ekspansi Gram-Charlier sebagai berikut:

$$g(z) = n(z) \left[H_0(z) + \mu_1 H_1(z) + \frac{1}{2!} (\mu_2 - 1) H_2(z) + \frac{1}{3!} (\mu_3 - 3\mu_1) H_3(z) + \frac{1}{4!} (\mu_4 - 6\mu_2 + 3) H_4(z) + \dots \right] \quad (2)$$

Ekspansi persamaan (2) merupakan seri tak hingga. Namun, dalam kasus ini series dibatasi sampai momen keempat (*kurtosis*). Series terpotong dengan menghasilkan *skewness* dan *kurtosis* yang tidak normal untuk pendekatan densitas z di mana μ_3 dan μ_4 menunjukkan

koefisien *skewness* dan *kurtosis* [4] sebagai berikut:

$$g(z) = n(z)[H_0(z) + \mu_1 H_1(z) + \frac{1}{2!}(\mu_2 - 1)H_2(z) + \frac{1}{3!}(\mu_3 - 3\mu_1)H_3(z) + \frac{1}{4!}(\mu_4 - 6\mu_2 + 3)H_4(z)] \quad (3)$$

2.4. Harga Opsi Beli Tipe Eropa Menurut Ekspansi Gram-Charlier

Asumsi dalam model *Black-Scholes* adalah return saham berdistribusi normal. Namun, dalam aplikasinya sering kali ditemui return saham tidak mengikuti distribusi normal. Sehingga membuat penentuan harga opsi yang kurang akurat apabila menggunakan model *Black-Scholes*. Oleh sebab itu, dibutuhkan fungsi densitas baru dinamakan $g(z)$ dengan menambahkan factor koreksi berupa parameter *skewness* dan *kurtosis* yang disebut dengan ekspansi *Gram-Charlier*.

Diasumsikan harga saham mengikuti proses random gerak *Brownian geometric*.

$$S_T = S_0 \exp \left[r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right] T + \sigma W_t$$

$$\ln S_T = \ln(S_0 \exp \left[r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right] T + \sigma W_t)$$

Sehingga diperoleh

$$\ln S_T = \ln S_0 + (r - \frac{1}{2} \sigma^2) T + \sigma W_t$$

Dimana W_T adalah proses Brownian berdistribusi Normal dengan *mean* 0 dan variansi 1 sehingga S_T berdistribusi Log-normal atau $\ln S_T$ berdistribusi Normal.

$$E(\ln S_T) = \ln S_0 + \left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T$$

$$Var(\ln S_T) = \sigma^2 T$$

Dengan menggunakan teorema limit pusat diperoleh z berdistribusi normal standar dimana

$$E(z) = \mu_1 = 0 \quad \text{dan} \quad E(z^2) = \mu_2 = 1 \quad \text{sehingga}$$

ekspansi *Gram-Charlier* menjadi

$$g(z) = n(z) \left[\frac{1}{3!} (\mu_3) H_3(z) + \frac{1}{4!} (\mu_4 - 3) H_4(z) \right]$$

Dimana:

$$n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

$$z = \frac{\ln \frac{S_T}{S_0} - (r - \frac{1}{2} \sigma^2) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$\text{Skewness: } \mu_3 = E(z^3)$$

$$\text{Kurtosis: } \mu_4 = E(z^4)$$

Adapun perhitungan harga opsi beli tipe Eropa menurut ekspansi *Gram-Charlier* adalah

$$\begin{aligned} C_{GC} &= e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)] \\ &= C_{BS} + \frac{\mu_3}{3!} I_1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{4!} I_2 \\ &= C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \end{aligned} \quad (4)$$

dengan

$$C_{BS} = S_0 N(d_1) - K e^{rT} N(d_1 - \sigma \sqrt{T})$$

$$\mu_3 = \text{Skewnes}$$

$$\mu_4 = \text{kurtosis}$$

$$Q_3 = \frac{1}{3!} S_0 \sigma \sqrt{T} \left(n(d_1) (2\sigma \sqrt{T} - d_1) + \sigma^2 T N(d_1) \right)$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} S_0 \sigma \sqrt{T} \left(n(d_1) (d_1^2 - 3\sigma \sqrt{T} (d_1 - \sigma \sqrt{T}) - 1) + (\sigma \sqrt{T})^3 N(d_1) \right)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2}) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

3. Hasil Dan Pembahasan

Pada studi kasus data saham diambil dari yahoo finance meliputi data saham harian selama 1 tahun (23 Sep 2016 – 22 Sep 2017). Data yang diambil adalah data *return* saham, sehingga data yang digunakan adalah data harga saham pada

posisi *close price* (harga penutupan). Dalam perbandingan harga opsi beli tipe Eropa dengan model *Black-Scholes*, model ekspansi *Gram-Charlie* dan harga opsi pasar akan digunakan tiga saham luar negeri, yaitu: (1) Alphabet Inc. (GOOG), (2) Amazon.com, Inc. (AMZN), dan (3) Facebook, Inc. (FB).

Pada model ekspansi *Gram-Charlier* terdapat asumsi yang harus dipenuhi, yaitu *return* dari saham tidak berdistribusi normal. Dilakukan uji normalitas pada *return* saham menggunakan uji *Shapiro-Wilk* dengan $\alpha = 0.05$ dan diperoleh hasil pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Uji Normalitas Keempat Saham dengan Uji Shapiro-Wilk

Saham	P-Value	Kesimpulan
Alphabet Inc. (GOOG)	0.0001115	Return tidak berdistribusi normal
Amazon.com, Inc. (AMZN)	0.0001071	Return tidak berdistribusi normal
Facebook, Inc. (FB)	1.732e-07	Return tidak berdistribusi normal

Dari Tabel 1, disimpulkan bahwa keempat saham di atas memiliki *return* yang tidak berdistribusi normal. Selanjutnya, dihitung harga opsi beli tipe Eropa dengan model ekspansi *Gram-Charlier*. Setelah harga opsi diperoleh, maka harga tersebut dibandingkan dengan harga opsi model *Black-Scholes* dan harga opsi di pasar pada saat itu. Waktu jatuh tempo opsi yang diambil adalah tanggal 19 Januari 2018 ($T=0.326027$ tahun). Suku bunga bebas resiko ($r = 1,25\%$) [7].

Dari data saham tersebut kemudian dicari nilai *Log-return* dengan rumus :

$$R_T = \ln \frac{S_T}{S_{T-1}} \quad (10)$$

diperoleh data yang dapat dilihat pada tabel 2:

Tabel 2. Harga Saham, Return, Volatilitas, *Skewness* dan *Kurtosis* masing-masing Saham

	GOOG	AMZN	FB
Harga saham (S_0)	\$928.53	\$955.10	\$170.54
Rata-rata Return	0.000659	0.000677	0.001144
Volatilitas	15.85%	19.20%	17.59%
<i>Skewness</i>	-0.33846	-0.46617	-0.73054
<i>Kurtosis</i>	4.645424	5.048425	6.748648

Setelah dilakukan perhitungan diperoleh harga opsi *call* sebagai berikut:

3.1 Saham Google (GOOG)

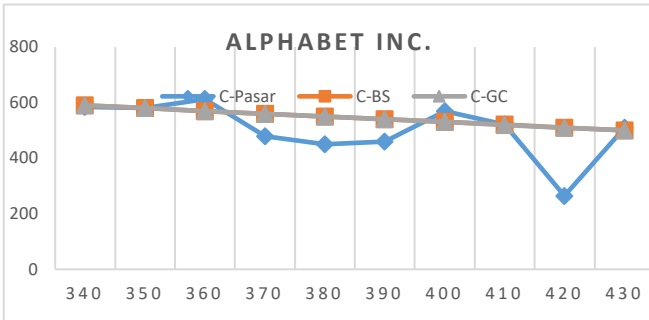
Berikut adalah rincian harga opsi beli saham Google dengan menggunakan model *Black-Scholes* dan model ekspansi *Gram-Charlier*.

Tabel 3. Saham Google

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS
340	0.11	0.0026	584	589.91
350	0.11	0.0026	580.7	579.95
360	0.11	0.0026	612.4	569.99
370	0.11	0.0026	478.6	560.03
380	0.11	0.0026	449.7	550.08
390	0.11	0.0026	459	540.12
400	0.11	0.0026	569	530.16
410	0.11	0.0026	521.85	520.20
420	0.11	0.0026	264.7	510.24
430	0.11	0.0026	510	500.28

	C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
	589.8783	34.96	34.55
	579.919	0.56	0.61
	569.9596	1798.25	1801.18
	560.0003	6631.63	6626.01
	550.041	10075.24	10068.31
	540.0816	6579.83	6574.23
	530.1223	1508.79	1511.47
	520.163	2.73	2.85
	510.2037	60289.00	60272.04

	500.2443	94.50	95.17
Rata-rata		8701.55	8698.64



Gambar 1. Grafik perbandingan harga opsi

Dari Tabel 3 dan Gambar 1 disimpulkan harga opsi di pasar berfluktuasi hal ini disebabkan oleh volatilitas dari harga saham. Penentuan harga opsi beli dengan menggunakan model *Black-Scholes* dan ekspansi *Gram-Charlier* terlihat tidak jauh berbeda. Hal ini dikarenakan *return* saham Google mendekati distribusi normal (*Skewness*= -0.33846, *kurtosis*=4.645424).

Jika dilihat nilai *Mean Square Error* (MSE), maka harga opsi beli dengan model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik daripada harga opsi beli model *Black-Scholes* karena memiliki MSE sedikit lebih kecil. Saat harga di pasaran normal maka dapat dilihat harga opsi beli dengan metode *Gram-Charlier* lebih mendekati harga pasar.

3.2 Saham Amazon (AMZN)

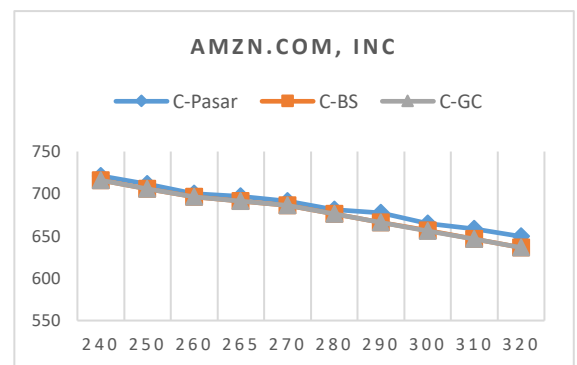
Berikut adalah rincian harga opsi untuk saham Amazon.com, Inc dengan menggunakan model *Black-Scholes* dan model ekspansi *Gram-Charlier*.

Tabel 4. Saham Amazon

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS
240	0.21	0.005753	721.2	716.08
250	0.21	0.005753	711.25	706.12
260	0.21	0.005753	699.95	696.16

265	0.21	0.005753	696.9	691.18
270	0.21	0.005753	691.35	686.20
280	0.21	0.005753	681.45	676.24
290	0.21	0.005753	677.6	666.28
300	0.21	0.005753	664.6	656.32
310	0.21	0.005753	658.5	646.36
320	0.21	0.005753	649.5	636.40

	C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
	715.99	26.25	27.14
	706.03	26.350	27.24
	696.07	14.38	15.04
	691.09	32.74	33.74
	686.11	26.54	27.44
	676.15	27.16	28.06
	666.19	128.15	130.11
	656.23	68.56	69.99
	646.27	147.36	149.46
	636.31	171.57	173.83
Rata-rata		66.91	68.21



Gambar 2. Grafik perbandingan harga opsi

Dari Tabel 4 dan Gambar 2 dapat disimpulkan bahwa harga opsi beli dengan ekspansi *Gram-Charlier* dan *Black-Scholes* tidak jauh berbeda karena saham Amazon mendekati distribusi normal (*Skewness*= -0.46617, *kurtosis*=5.048425).

Jika dilihat nilai *Mean Square Error* (MSE), maka harga opsi model *Black-Scholes* sedikit lebih baik daripada harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* karena memiliki MSE

lebih kecil dengan kata lain model *Black-Scholes* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier*.

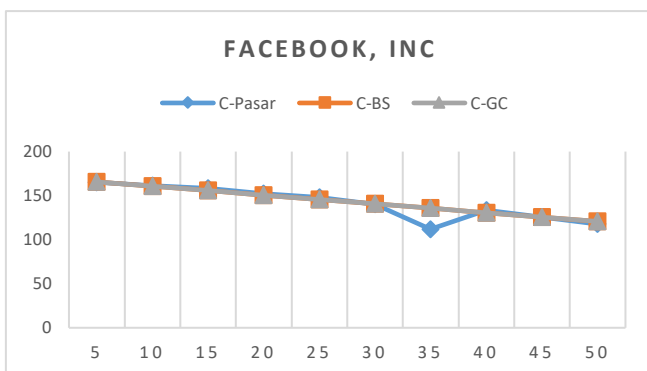
3.3 Saham FB

Berikut adalah rincian harga opsi untuk saham Facebook, Inc dengan menggunakan model *Black-Scholes* dan model ekspansi *Gram-Charlier*.

Tabel 5. Saham Facebook

K	Q3	Q4	C-Pasar	C-BS
5	0.03	0.000724	165.15	165.56
10	0.03	0.000724	161.16	160.58
15	0.03	0.000724	158	155.60
20	0.03	0.000724	152.39	150.62
25	0.03	0.000724	148	145.64
30	0.03	0.000724	140.05	140.66
35	0.03	0.000724	111.9	135.68
40	0.03	0.000724	133.4	130.70
45	0.03	0.000724	125.4	125.72
50	0.03	0.000724	117.85	120.74

C-GC	MSE C-BS	MSE C-GC
165.54	0.17	0.15
160.56	0.34	0.36
155.58	5.76	5.84
150.60	3.13	3.19
145.62	5.56	5.65
140.64	0.37	0.35
135.66	565.60	564.73
130.68	7.28	7.37
125.70	0.10	0.09
120.72	8.37	8.27
Rata-rata	59.67	59.60



Gambar 3. Grafik perbandingan harga opsi

Dari tabel 5 dan gambar 3 dapat disimpulkan bahwa harga opsi beli dengan ekspansi *Gram-Charlier* dan *Black-Scholes* dapat dikatakan hampir sama karena saham Facebook mendekati distribusi normal (*Skewness*=-0.73054, *kurtosis*=6.748648).

Jika dilihat nilai *Mean Square Error* (MSE), maka harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* lebih baik daripada harga opsi model *Black-Scholes* karena memiliki MSE lebih kecil dengan kata lain model ekspansi *Gram-Charlier* lebih mendekati harga opsi pasar dibandingkan dengan harga opsi model *Black-Scholes*.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil pembahasan dan studi kasus, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Harga opsi dengan ekspansi *Gram-Charlier* dipengaruhi oleh beberapa faktor yakni harga saham awal (S_0), harga kontrak (K), tingkat suku bunga bebas risiko (r), waktu jatuh tempo (T), volatilitas (σ), *skewness* dan *kurtosis*.
2. Return saham yang memiliki nilai *skewness* dan *kurtosis* yang mendekati 0 dan 3 (data mendekati distribusi normal) akan menghasilkan harga opsi Ekspansi *Gram-Charlier* mendekati harga opsi model *Black-Scholes*.
3. Untuk saham Google dan Facebook harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* sedikit lebih baik daripada harga opsi model *Black-Scholes* karena memiliki MSE lebih kecil.
4. Untuk saham Amazon, harga opsi model *Black-Scholes* lebih baik daripada harga opsi model ekspansi *Gram-Charlier* karena memiliki MSE lebih kecil.

Adapun saran untuk penelitian selanjutnya

adalah melakukan pembatasan pada *return* untuk penentuan harga opsi.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulisan dari hasil penelitian ini dapat berjalan dengan lancar berkat bantuan dari berbagai pihak terutama Program Studi matematika UNP dan supervisor saya yaitu Prof. Dr. rer.nat. Dedi Rosadi, S.Si.,M.Sc.

Daftar Pustaka

- [1] Barton, D.E., and K.E., Dennis. 1952. *The conditions under which Gram-Charlier and Edgeworth curves are positive definite and unimodal*, *Biometrika*, 39, 425-427.
- [2] Black, F. and Scholes, M. 1973. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, *Journal of Political Economy* 81(3), 637-654.
- [3] Brown, C. A. and Robinson, D. M. 2002. *Skewness And Kurtosis Implied by Option Prices: A Correction*, *Journal of Financial Research* 25(2), 279-282.
- [4] Corrado, C.J. dan Su, T. 1996. *Skewness and Kurtosis in S&P 500 Index Return Implied by Option Prices*, *J. Financial Research*, 19, 175-92.
- [5] Corrado, C.J. dan Su, T. 1997. *Implied Volatility Skew and Stock Return Skewness and Kurtosis Implied by Stock Option Prices*, *The European Journal of Finance*, 3, 73-85.
- [6] Corrado, C.J. 2007. *The Hidden Martingale restriction in Gram-Charlier Option Prices*, *Journal of Future Markets*, 363-378.
- [7] Debreu, G. 1959. *Theory of Value*, John Wiley & Sons.
- [8] Fed Fund Rate. 2017. <https://www.bankrate.com/rates/interest-rates/federal-funds-rate.aspx>. Diakses pada 23 September 2017.
- [9] Jondeau, E. and Rockinger, M. 2001. *Gram-Charlier Densities*, *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, 1457-1483.
- [10] Heston, S.L. 1993. *A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options*, *Review of Financial Studies*, 6, 327-343.
- [11] Hull, J., and A., White. 1987. *The pricing of options on assets with stochastic volatility*, *Journal of Finance*, 42, 281-300.
- [12] Robert C. Merton. 1973. "Theory of Rational Option Pricing." *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Volume 4, No. 1, 1973, Pages 141-183.
- [13] Ross SM. 1996. *Stochastic Processes*. Second Edition. Berkeley: University of California;
- [14] Tsay RS. 2010. *Analysis of Financial Time Series*. Third Edition. Chicago: University of Chicago.
- [15] Yahoo Inc. 2017. *Yahoo! Finance*. <http://finance.yahoo.com/>. Diakses pada 23 September 2017.