UIN IMAM BONJOL PADANG
MAp Journal
Mathematics & Applications
Web : ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/MAp
Email : map_journal@uinib.ac.id

MODEL PERSEDIAAN YANG MENGALAMI KEMEROSOTAN BERDISTRIBUSI WEIBULL

AN INVENTORY MODEL WITH DISTRIBUTION DETERIORATION

Anisha Ayu Lestari[1§], Pardi Affandi[2], Fuad Muhajirin Farid[3]

[1]Universitas Lambung Mangkurat dan Jl. A. Yani KM.36 [nshylstr@gmail.com]
[2]Universitas Lambung Mangkurat dan Jl. A. Yani KM.36 [p_affandi@ulm.ac.id]
[3]Universitas Lambung Mangkurat dan Jl. A. Yani KM.36 [fuad.farid@ulm.ac.id]
[§]*Corresponding Author*

Received 4th July 2023; Accepted 14th Nov 2023; Published 1st Des 2023;

Abstrak

Penelitian ini mengembangkan model persediaan yang unik dengan mempertimbangkan kemerosotan barang yang mengikuti distribusi Weibull. Model ini dirancang untuk mengatasi tantangan dalam manajemen persediaan, khususnya dalam menghitung biaya total dan optimal. Metode yang digunakan meliputi analisis turunan parsial kedua untuk menemukan biaya optimal dan analisis kemonotonan pada turunan pertama untuk analisis sensitivitas. Hasil penelitian ini memberikan wawasan baru dalam pengelolaan persediaan, dengan model yang efektif untuk memprediksi kemerosotan barang dan mengoptimalkan biaya. Penelitian ini juga menawarkan analisis sensitivitas yang mendalam terhadap perubahan parameter, memberikan panduan penting untuk pengambilan keputusan strategis dalam manajemen persediaan.
Kata kunci: Model Persediaan, Distribusi Weibull, Biaya Optimal, Analisis Sensitivitas, Manajemen Persediaan

Abstract

Inventory has an important role in a company. One of the problems in inventory is the level of deterioration of items in storage. Deterioration of items can occur due to time or storage factors. The deterioration of items caused by time is an item that will deteriorate over time. Time-dependent deterioration of items can be associated with the Weibull distribution. The objectives of this research are to form a Weibull-distributed deteriorating inventory model, determine the solution of the inventory model, determine the total cost and determine the optimal cost of the inventory model with the maximum and minimum methods in the second partial derivative, and conduct sensitivity analysis to changes in some existing parameters with the monotonicity method in the first derivative. The results of this research obtained an inventory model that deteriorates using the Weibull distribution and its solution. Furthermore, with the solution of the inventory model, the total inventory cost consisting of production costs, ordering costs, storage costs, deterioration costs, and shortage costs can be determined as well as the optimal total inventory cost of the total inventory cost and a sensitivity analysis will be carried out on several parameter changes.
Keywords: Deterioration Rate, Inventory Model, Weibull Distribution

1. Pendahuluan

Di era globalisasi dan persaingan pasar yang ketat, pengelolaan persediaan menjadi kunci penting dalam operasional perusahaan [10]. Persediaan tidak hanya berfungsi sebagai buffer untuk memenuhi permintaan, tetapi juga menimbulkan tantangan, terutama ketika menghadapi kemerusotan kualitas. [6] Kemerusotan ini, yang sering mengikuti pola distribusi Weibull, mempengaruhi keputusan strategis dalam manajemen persediaan. Penelitian ini bertujuan untuk mengatasi tantangan ini dengan mengembangkan model persediaan yang dapat mengakomodasi karakteristik kemerusotan Weibull, sebuah aspek yang belum banyak dieksplorasi dalam literatur saat ini.

Mengakui pentingnya mempertimbangkan kemerusotan kualitas dalam model persediaan, penelitian terkini telah menggarisbawahi dampak kemerusotan pada strategi produksi. Sebagai contoh, penelitian oleh Krisnamoorthi [5] dan Viji [11] telah menyoroti pentingnya memahami dampak kemerusotan pada strategi produksi. Namun, masih ada celah penelitian dalam mengintegrasikan distribusi Weibull ke dalam model persediaan, terutama dalam konteks variasi kualitas produk selama penyimpanan. Penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah tersebut dengan mengusulkan model persediaan yang tidak hanya mengakomodasi kemerusotan berdistribusi Weibull tetapi juga mengoptimalkan biaya dan efisiensi operasional.

Model persediaan yang diusulkan dalam penelitian ini mempertimbangkan faktor-faktor penting seperti tingkat kemerusotan, pola permintaan, dan strategi produksi. Dengan memanfaatkan distribusi Weibull, model ini mampu memberikan prediksi yang lebih akurat tentang kualitas persediaan seiring waktu, memungkinkan perusahaan untuk membuat keputusan yang lebih tepat dalam hal produksi dan penyimpanan. Hal ini tidak hanya membantu dalam mengurangi biaya yang terkait dengan kemerusotan barang, tetapi juga meningkatkan kepuasan pelanggan dengan memastikan kualitas produk yang lebih tinggi.

Penelitian ini memberikan kontribusi penting pada literatur manajemen persediaan dengan mengintegrasikan pendekatan distribusi Weibull dalam model persediaan. Hal ini memungkinkan pemahaman yang lebih mendalam tentang dinamika kemerusotan dalam persediaan dan membuka jalan bagi pengembangan strategi manajemen persediaan yang lebih efektif dan efisien. Selain itu, model yang diusulkan juga memberikan wawasan praktis bagi para praktisi industri dalam mengelola persediaan, khususnya dalam menghadapi tantangan kemerusotan produk.

2. Landasan Teori

2.1 Turunan Parsial Kedua

Definisi 1. [4]

Apabila $f_x(x,y)$ *dan* $f_y(x,y)$ *diturunkan* *terhadap x dan y, hasilnya disebut dengan turunan parsial orde dua yang diberikan oleh:*

$$f_{xx}(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{f_x(x+h,y)-f_x(x,y)}{h} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

$$f_{xy}(x,y) = \lim_{k\to 0} \frac{f_y(x,y+k)-f_y(x,y)}{k} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

$$f_{yx}(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{f_y(x+h,y)-f_y(x,y)}{h} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

$$f_{yy}(x,y) = \lim_{k\to 0} \frac{f_x(x,y+k)-f_x(x,y)}{k} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

Berdasarkan notasi turunan parsial orde kedua yaitu: $f_{xx}(x,y), f_{xy}(x,y), f_{yx}(x,y)$ dan $f_{yy}(x,y)$ terlihat bahwa proses penurunan parsial kedua dilakukan dengan mendiferensialkan satu per-satu. Proses berulang seperti ini dapat digunakan untuk menghitung parsial orde tinggi.

2.2 Persamaan Diferensial Linier Orde Satu

[9] menyatakan bentuk umum dari persamaan diferensial linier orde satu dengan variabel tak bebas y dan variabel bebas x sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} + A(x)y = B(x) \qquad (1)$$

persamaan [1] merupakan persamaan diferensial tak eksak sehingga diperlukan faktor integrasi agar menjadi menjadi persamaan eksak. Dengan demikian, diperoleh solusi dari persamaan diferensial linier orde satu yaitu

$$y = e^{-\int A(x)dx}\left[\int e^{\int A(x)dx} B(x) + C\right] \qquad (2)$$

2.3 Distribusi Weibull

Definisi 2. [3]

Fungsi kepadatan peluang dari distribusi Weibull dituliskan sebagai berikut

$$f(t,\alpha,\beta) = \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^{\beta}}, t \geq 0 \qquad (3)$$

Dengan $\alpha > 0$ *adalah parameter skala dan* $\beta > 0$ *adalah parameter bentuk*

Fungsi tingkat kegagalan atau fungsi hazard untuk suatu barang pada waktu t untuk distribusi Weibull adalah

$$\Theta(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} \quad , t > 0 \qquad (4)$$

2.4 Biaya Persediaan

Biaya persediaan adalah semua biaya pengeluaran dan kerugian yang diakibatkan karena adanya persediaan [2]. Beberapa biaya yang mempengaruhi persediaan.

1. Biaya produksi $PC = C_p$
2. Biaya pemesanan $OC = C_o$
3. Biaya penyimpanan $HC = \frac{C_h}{T}\int_0^T I(t)\,dt$
4. Biaya Kemerosoton $DC = \frac{\theta C_p}{T}\int_0^T I(t)\,dt$
5. Biaya Kekurangan $SC = -\frac{C_s}{T}\left[\int_0^T I(t)dt\right]$

2.5 Maksimum dan Minimum

Teorema 3. [7]

Andaikan bahwa $f(x,y)$ memiliki turunan parsial kedua kontinu di suatu lingkungan dari (x_0,y_0) dan bahwa $\nabla f(x_0,y_0) = 0$. Ambil

$\mathcal{D} = \mathcal{D}(x_0,y_0) = f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) - f_{xy}^2(x_0,y_0)$

Maka:

- i. *Jika $\mathcal{D} > 0$ dan $f_{xx}(x_0,y_0) < 0$, maka $f(x_0,y_0)$ adalah nilai maksimum lokal;*
- ii. *Jika $\mathcal{D} > 0$ dan $f_{xx}(x_0,y_0) > 0$, maka $f(x_0,y_0)$ adalah nilai minimum lokal;*
- iii. *Jika $\mathcal{D} < 0$, $f(x_0,y_0)$bukan suatu nilai ekstrem (x_0,y_0) adalah titik pelana;*
- iv. *Jika $\mathcal{D} = 0$ pengujian tidak memberi kesimpulan.*

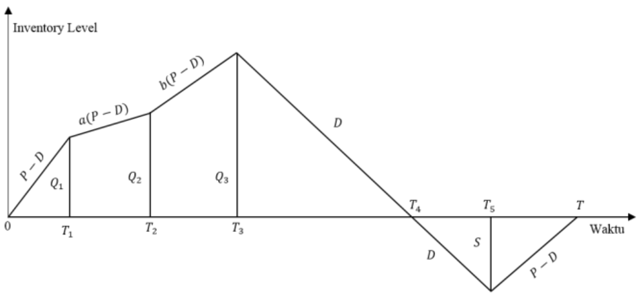
3. Hasil Dan Pembahasan

3.1 Pembentukan Model Persediaan

Pembentukan model matematika untuk

persediaan yang mengalami kemerosotan berdistribusi Weibull dengan tingkat produksi konstan, tingkat permintaan konstan dan kontinu, dan tingkat produksi (P) lebih tinggi dari tingkat permintaan (D).Waktu dalam pesediaan pada saat $[0, T]$ merupakan waktu satu siklus produksi yang tetap, yang kemudian dibagi menjadi beberapa periode waktu. Waktu terjadinya produksi adalah selama periode waktu $[0, T_1]$, $(T_1, T_2]$, dan $(T_2, T_3]$. Dalam periode waktu produksi $[0, T_1], (T_1, T_2]$, dan $(T_2, T_3]$ terdapat permintaan dan juga kemerosotan sebesar θ. Selanjutnya, selama periode $(T_3, T_4]$ tidak terjadi produksi yang menyebabkan persediaan akan berkurang karena pengaruh permintaan dan kemerosotan dengan mengikuti distribusi Weibull sebesar Θ sehingga tingkat pesediaan akan berkurang mencapai titik 0, disaat ini tidak ada persediaan di $t = T_4$. Pada periode waktu $(T_4, T_5]$ karena *backorder* diizinkan maka akan mengakibatkan terjadinya kekurangan dalam persediaan dan tingkat pesediaan akan semakin menurun serta terdapat *backorder* sebesar S di $t = T_5$. Dalam periode waktu $(T_5, T]$ produksi kembali dimulai pada saat $t = T_5$ sehingga tingkat persediaan akan naik kembali dan permintaan produk akibat *backorder* yang belum terpenuhi akan selesai pada saat T. Setelah periode waktu $[T_5, T]$ siklus akan berulang kembali.

Kurva yang menggambarkan hubungan antara tingkat persediaan terhadap waktu persediaan berdasarkan penjelasan di atas adalah sebagai berikut



Gambar 1. Tingkat persediaan terhadap waktu

Dengan demikian, diperoleh model persediaan sebagai berikut

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \theta I_1(t) = P - D;\ 0 \le t \le T_1 \quad (5)$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \theta I_2(t) = a(P - D);\ T_1 < t \le T_2 \quad (6)$$

$$\frac{dI_3(t)}{dt} + \theta I_3(t) = b(P - D);\ T_2 < t \le T_3 \quad (7)$$

$$\frac{dI_4(t)}{dt} + \alpha\beta t^{\beta-1} I_4(t) = -D;\ T_3 < t \le T_4 \quad (8)$$

$$\frac{dI_5(t)}{dt} = -D;\ T_4 < t \le T_5 \quad (9)$$

$$\frac{dI_6(t)}{dt} = P - D;\ T_5 < t \le T \quad (10)$$

3.2 Solusi Model Persediaan

Solusi model persediaan dari persamaan diferensial orde satu pada persamaaan (6), (7), (8), (9), dan (10) sebagai berikut

$$I_1(t) = \frac{P-D}{\theta}\left(1 - e^{-\theta t}\right);\ 0 \le t \le T_1 \quad (11)$$

$$I_2(t) = \frac{a(P-D)}{\theta}\left(1 - e^{-\theta t}\right);\ T_1 < t \le T_2 \quad (12)$$

$$I_3(t) = \frac{b(P-D)}{\theta}\left(1 - e^{-\theta t}\right);\ T_2 < t \le T_3 \quad (13)$$

$$I_4(t) = D\left[T_4 - t + \frac{\alpha T_4}{(\beta+1)}\left(T_4^{\beta} - (\beta+1)t^{\beta}\right) + \frac{\alpha\beta t^{\beta+1}}{(\beta+1)}\right];\ T_3 < t \le T_4 \quad (14)$$

$$I_5(t) = -D\,(t - T_4);\ T_4 < t \le T_5 \quad (15)$$

$$I_6(t) = -(P-D)(T-t);\ T_5 < t \leq T \qquad (16)$$

3.3 Biaya Total Persediaan

Solusi model persediaan pada persamaan (11), (12), (13), (14), (15), dan (16) akan digunakan untuk memperoleh biaya total persediaan. Biaya total adalah hasil jumlah dari biaya produksi, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, biaya kemerosotan, dan biaya kekurangan.

1. Biaya produksi
   $PC = DC_p$
2. Biaya pemesanan
   $OC = \frac{C_0}{T}$
3. Biaya penyimpanan
   $$HC = \frac{C_h}{T}\left[\int_0^{T_1} I_1(t)dt + \int_{T_1}^{T_2} I_2(t)dt + \int_{T_2}^{T_3} I_3(t)dt + \int_{T_3}^{T_4} I_4(t)dt\right]$$
   $$HC = \frac{C_h}{T}\left[\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta T_1 + e^{-\theta T_1} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_2-T_1) + e^{-\theta T_2} - e^{-\theta T_1}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_3-T_2) + e^{-\theta T_3} - e^{-\theta T_2}\right) + D\left[\frac{(T_4-T_3)^2}{2} + \frac{\alpha T_3}{(\beta+1)}\left(T_4T_3^{\beta} - T_4^{\beta+1}\right) + \frac{\alpha\beta}{(\beta+1)(\beta+2)}\left(T_4^{\beta+2} - T_3^{\beta+2}\right)\right]\right]$$
4. Biaya kemerosotan
   $$DC = \frac{C_p}{T}\left[\int_0^{T_1} \theta I_1(t)dt + \int_{T_1}^{T_2} \theta I_2(t)dt + \int_{T_2}^{T_3} \theta I_3(t)dt + \int_{T_3}^{T_4} \Theta(t) I_4(t)dt\right]$$
   $$DC = \frac{C_p}{T}\left[\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta T_1 + e^{-\theta T_1} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_2-T_1) + e^{-\theta T_2} - e^{-\theta T_1}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_3-T_2) + e^{-\theta T_3} - e^{-\theta T_2}\right) + D\left[\left(\frac{\alpha T_4(\beta+1+\alpha T_4^{\beta}}{(\beta+1)}\right)\left(T_4^{\beta} - T_3^{\beta}\right) - \frac{\alpha\beta}{\beta+1}\left(T_4^{\beta+1} - T_3^{\beta+1}\right) - \frac{\alpha^2}{2}\left(T_4^{2\beta} - T_3^{2\beta}\right) + \frac{\alpha^2\beta^2}{(\beta+1)(2\beta+1)}\left(T_4^{2\beta+1} - T_3^{2\beta+1}\right)\right]\right]$$
5. Biaya kekurangan
   Tingkat kekurangan terjadi pada periode waktu $[T_4, T]$. Dalam periode waktu $[T_4, T]$, periode waktu dalam persediaan dapat dibagi menjadi $T_4 \leq t \leq T_5$ dan $T_5 \leq t \leq T$. Sehingga jika diberikan syarat batas berdasarkan tingkat persediaan pada saat $t = T_5$ yaitu $I(t) = S$, sehingga diperoleh
   $$T_5 = \frac{(P-D)}{P}T + \frac{D}{P}T_4$$
   Maka biaya kekurangan sebagai berikut
   $$SC = -\frac{C_s}{T}\left[\int_{T_4}^{T_5} I_5(t)dt + \int_{T_5}^{T} I_6(t)dt\right]$$
   $$SC = \frac{C_s}{2TP}\left(D(P-D)(T-T_4)^2\right)$$
6. Biaya total persediaan
   $$TC = PC + OC + HC + DC + SC$$
   $$TC = DC_p + \frac{C_0}{T} + \frac{C_h}{T}\left[\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta T_1 + e^{-\theta T_1} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_2-T_1) + e^{-\theta T_2} - e^{-\theta T_1}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_3-T_2) + e^{-\theta T_3} - e^{-\theta T_2}\right) + D\left[\frac{(T_4-T_3)^2}{2} + \frac{\alpha T_3}{(\beta+1)}\left(T_4T_3^{\beta} - T_4^{\beta+1}\right) + \frac{\alpha\beta}{(\beta+1)(\beta+2)}\left(T_4^{\beta+2} - T_3^{\beta+2}\right)\right]\right] + \frac{C_p}{T}\left[\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta T_1 + e^{-\theta T_1} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_2-T_1) + e^{-\theta T_2} - e^{-\theta T_1}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta(T_3-T_2) + \right.\right.$$

$$e^{-\theta T_3} - e^{-\theta T_2}\Big) + D\left[\left(\frac{\alpha T_4(\beta+1+\alpha T_4^{\beta})}{(\beta+1)}\right)\left(T_4^{\beta} - T_3^{\beta}\right) - \frac{\alpha\beta}{\beta+1}\left(T_4^{\beta+1} - T_3^{\beta+1}\right) - \frac{\alpha^2}{2}\left(T_4^{2\beta} - T_3^{2\beta}\right) + \frac{\alpha^2\beta^2}{(\beta+1)(2\beta+1)}\left(T_4^{2\beta+1} - T_3^{2\beta+1}\right)\right]\Bigg] + \frac{C_s}{2TP}\left(D(P-D)(T-T_4)^2\right)$$

(17)

Biaya total optimal dari model persediaan diperoleh dengan melakukan penurunan parsial orde satu dan dua dari biaya total persediaan sehubungan dengan T dan T_4 dan permisalan $T_1 = lT_4$, $T_2 = mT_4$, $T_3 = nT_4$, $\beta = 2$. Biaya total optimal adalah solusi dari persamaan $\frac{\partial TC(T_4,T)}{\partial T_4} > 0$ dan $\frac{\partial TC(T_4,T)}{\partial T} > 0$ yang memenuhi syarat $\left(\frac{\partial^2 TC}{\partial T_4^2}\right)\left(\frac{\partial^2 TC}{\partial T^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 TC}{\partial T_4 \partial T}\right)^2 > 0$.

3.4 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas digunakan untuk menyelidiki hasil dari perubahan nilai parameter tertentu. Perubahan nilai pada suatu parameter dapat dicari dengan melakukan analisis sensitivitas dengan mempertahankan nilai parameter lainnya. Pada analisis sensitivitas model persediaan, dapat diselidiki dengan memperlihatkan laju biaya total persediaan pada persamaan (17) terhadap parameternya agar terlihat bahwa fungsi tersebut akan naik atau turun. Parameter yang digunakan dalam analisis sensitivitas yaitu parameter skala dari distribusi Weibull (α), parameter biaya pemesanan (C_0), parameter biaya penyimpanan (C_h), parameter biaya kekurangan (C_s), parameter biaya produksi (C_p), dan parameter tingkat produksi dan permintaan yaitu a dan b.

1. Perubahan parameter α

$$\frac{dTC}{d\alpha} = \frac{C_h D}{T}\left(\frac{1}{3}T_4^4(n^2-n) + \frac{1}{8}T_4^4(1-n)\right) + \frac{C_p D}{T}\left(\frac{1}{3}T_4^3(1-n) + \frac{18}{15}\alpha T_4^5(1-n) - \alpha T_4^4(1-n)\right)$$

2. Perubahan parameter C_0

$$\frac{dTC}{dC_0} = \frac{1}{T}$$

3. Perubahan parameter C_h

$$\frac{dTC}{dC_h} = \frac{1}{T}\left(\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta l T_4 + e^{-\theta l T_4} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta T_4(m-l) + e^{-\theta m T_4} - e^{-\theta l T_4}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta T_4(n-m) + e^{-\theta n T_4} - e^{-\theta m T_4}\right) + D\left[\frac{(T_4 - nT_4)^2}{2} + \frac{\alpha T_4}{3}T_4^3(n^2-n) + \frac{\alpha}{8}T_4^4(1-n)\right]\right)$$

4. Perubahan parameter C_s

$$\frac{dTC}{dC_s} = \frac{D(P-D)(T-T_4)^2}{2TP}$$

5. Perubahan parameter C_p

$$\frac{dTC}{dC_p} = D + \frac{1}{T}\left[\frac{P-D}{\theta^2}\left(\theta l T_4 + e^{-\theta l T_4} - 1\right) + \frac{a(P-D)}{\theta^2}\left(\theta T_4(m-l) + e^{-\theta m T_4} - e^{-\theta l T_4}\right) + \frac{b(P-D)}{\theta^2}\left(\theta T_4(n-m) + e^{-\theta n T_4} - e^{-\theta m T_4}\right) + D\left[\left(\frac{\alpha T_4(3+\alpha T_4^2)}{3}\right)T_4^2(1-n) - \frac{2\alpha}{3}T_4^3(1-n) - \frac{\alpha^2}{2}T_4^4(1-n) + \frac{4\alpha^2}{15}T_4^5(1-n)\right]\right]$$

6. Perubahan parameter a

$$\frac{dTC}{da} = \frac{1}{\theta^2 T}\Big(C_h(P-D)\big(\theta T_4(m-l) + e^{-\theta m T_4} - e^{-\theta l T_4}\big) + C_p\big(\theta T_4(m-l) + e^{-\theta m T_4} - e^{-\theta l T_4}\big)\Big)$$

7. Perubahan parameter b

$$\frac{dTC}{db} = \frac{1}{\theta^2 T}\Big(C_h(P-D)\big(\theta T_4(n-m) + e^{-\theta n T_4} - e^{-\theta m T_4}\big) + C_p\big(\theta T_4(n-m) + e^{-\theta n T_4} - e^{-\theta m T_4}\big)\Big)$$

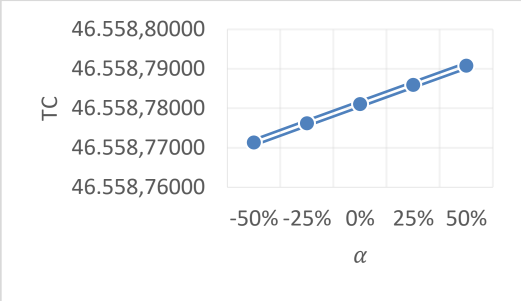
Berdasarkan hasil analisis sensitivitasnya yang dilakukan terhadap parameter $\alpha,\ C_0,\ C_h, C_s, C_p, a$ dan b, diperoleh bahwa seluruh parameter bernilai positif dengan $\frac{dTC}{d\alpha} > 0, \frac{dTC}{dC_0} > 0, \frac{dTC}{dC_h} > 0, \frac{dTC}{dC_s} > 0, \frac{dTC}{dC_p} > 0, \frac{dTC}{da} > 0$, dan $\frac{dTC}{db} > 0$. Karena laju perubahan biaya total bernilai positif terhadap parameternya.

3.5 Contoh Numerik

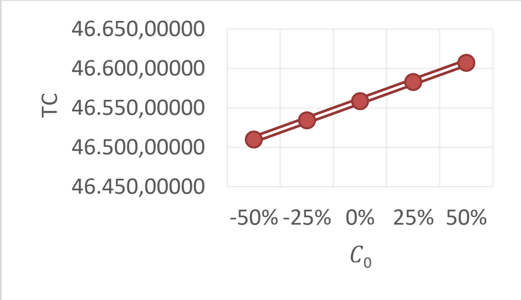
Diketahui nilai parameter untuk model persediaan adalah $P = 1000$; $D = 900$; $C_o = 100$; $C_s = 10$; $C_p = 5$;, $C_h = 6$; $\theta = 0{,}01$; $\alpha = 0{,}00001$; $\beta = 2$; $T_4 = 0{,}8876$; $T = 1{,}028$; $a = 1$; $b = 1$; $l = 0{,}4$; $m = 0{,}6$; $n = 0{,}8$. Dengan demikian solusi optimal dari model persediaan adalah $PC = 45.000$; $OC = 97{,}27626459$; $HC = 229{,}5627398$; $DC = 1.223{,}313208$; $SC = 8{,}628863815$; dan $TC = 46.558{,}78107$.

3.6 Analisis Sensitivitas terhadap Contoh Numerik

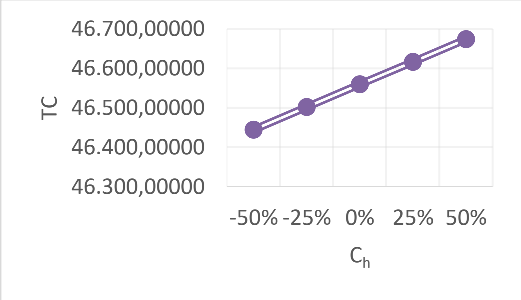
Analisis senstitivas merupakan analisis yang digunakan untuk mengetahui akibat dari perubahan parameter-parameter dengan mempertahankan parameter yang lain. Analisis sensitivitas dapat dicari dengan mengubah suatu parameter sebesar $+50\%, +25\%, -25\%$, dan -50%. Pada model persediaan ini, perubahan parameter yang dicari adalah $\alpha,\ C_0,\ C_h, C_s, C_p, a$ dan b dengan merujuk dari contoh kasus sebelumnya. Hasil perhitungan analisis senstivitas diilustrasikan pada grafik berikut.



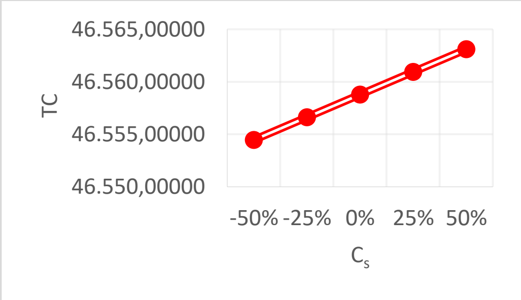
Gambar 2. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter α



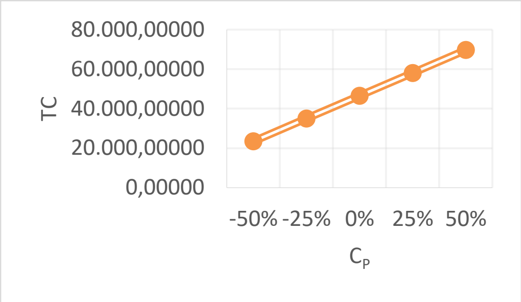
Gambar 3. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter C_0



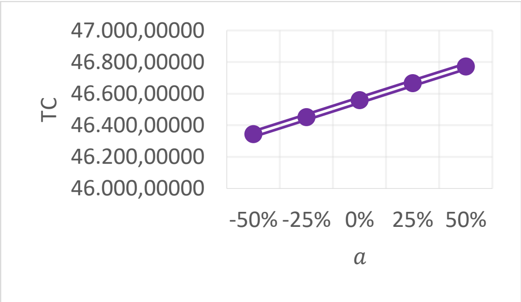
Gambar 4. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter C_h



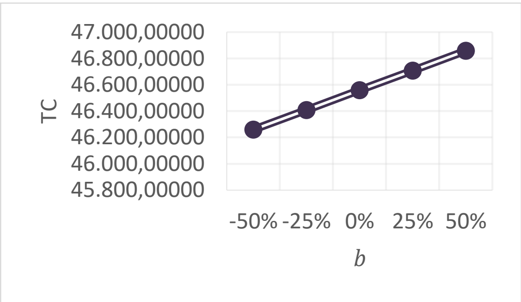
Gambar 5. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter C_s



Gambar 6. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter C_p



Gambar 7. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter a



Gambar 8. Grafik analisis sensitivitas untuk parameter b.

4. Kesimpulan Dan Saran

Hasil yang diperoleh adalah model persediaan yang mengalami kemerosotan berdistribusi Weibull berserta solusi dari model persediaan tersebut, persamaan biaya persediaan meliputi biaya produksi, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, biaya kekurangan, dan biaya kemerosotan, biaya total persediaan yang optimal, dan parameter yang berpengaruh dalam analisis sensitivitas yaitu α, C_0, C_h, C_s, C_p, a dan b.

5. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kepada FMIPA dan Program Studi Matematika yang telah membantu sehingga penulis dapat menyelesaikan artikel ini dengan baik.

Daftar Pustaka

(1) Affandi, P. (2016). Kendali Optimal Sistem Pergudangan dengan Produksi yang Mengalami Kemerosotan.

(2) Baroto, T. (2002). Perencanaan dan Pengendalian Produksi. Ghalia Indonesia.

(3) Collet, D. (2015). *Modelling Survival Data In Medical Research* (2nd ed.). Chapman and Hall.

(4) Jeffrey, A. (2005). *Mathematics for Engineers and Scientists*. Chapman and Hall/CRC.

(5) Krishnamoorthi, C. C., & Sivashankari, C. K. (2017). *Production inventory models for deteiorative items with three levels of production and shortages*. *Yugoslav Journal of Operations Research*, *27*(4), 499–519. https://doi.org/10.2298/YJOR150630014K

(6) Otaya, L. G. (2016). Distribusi Probabilitas Weibull dan Aplikasinya. Jurnal Manajemen Pendidilkan Islam.

(7) Purcell, E., Varberg, D., & Steven, E. R. (2010). Kalkulus Jilid 1 (9th ed.).

(8) Ross, S. . (2004). D*ifferential Equations. In Handbook of Brownian Motion — Facts and Formulae (3rd ed.)*. John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1007/978-3-0348-8163-0_20

(9) Taha, H. A. (2017). *Operations Research An*

Introduction (10th ed.). University of Arkansas.

(10) Viji, G., K. K. (2018). *An Economic Production Quantity Model for Three Levels of Production with Weibull Distribution and Shortage. Ains Shams Enginerring Journal, 9*, 1481–1487.