



Estimasi Spasial Kandungan Sulfur pada Batu Bara Menggunakan Metode *Ordinary Kriging*: Studi Simulasi di Wilayah Indonesia

Lidya Pratiwi^{✉1}, Mutia Yollanda², Ghea Weisha³, Mawanda Almuhayar⁴,
Dahlia Misrika⁵

Statistika dan Sains Data, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas
Andalas^{1,2,3,4,5}

email: lidya_pratiwi@sci.unand.ac.id¹, mutia.yollanda@sci.unand.ac.id²,
ghea_weisha@sci.unand.ac.id³, mawandaalmuhayar@sci.unand.ac.id⁴,
dahlia.misrika@sci.unand.ac.id⁵

Received 22 Juni 2025, Accepted 06 September 2025, Published 30 September 2025

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji efektivitas metode *Ordinary Kriging* dalam memetakan kandungan sulfur batubara berbasis data simulasi yang merepresentasikan wilayah Indonesia. Sebanyak 100 titik data digunakan untuk membangun model semivariogram eksperimental, yang kemudian dibandingkan dengan tiga model teoritis: *Spherical*, *Exponential*, dan *Gaussian*. Hasil analisis menunjukkan bahwa model *Exponential* memiliki kinerja terbaik, dengan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) terkecil yaitu 0,01982. Proses estimasi dilakukan pada 10.000 titik prediksi, dan menghasilkan nilai kandungan sulfur antara 0,3143% hingga 1,3649%, dengan rata-rata sebesar 0,8306%. Validasi model menggunakan *cross-validation* menunjukkan nilai RMSE sebesar 0,1806 dan *Mean Absolute Error* (MAE) sebesar 0,143. Selain itu, nilai Moran's I sebesar 0,41 ($p\text{-value} < 0,01$) menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif secara signifikan. Hasil ini mengindikasikan bahwa *Ordinary Kriging* tidak hanya mampu memberikan estimasi yang akurat, tetapi juga efektif dalam menangkap struktur spasial sulfur. Berdasarkan klasifikasi internasional, nilai sulfur yang diperoleh berada pada kategori *low-medium sulfur coal*, sehingga hasil penelitian ini dapat menjadi acuan penting dalam pengelolaan kualitas batubara yang lebih efisien dan berkelanjutan.

Kata Kunci: *Ordinary Kriging*, *semivariogram*, *pemetaan spasial*, *kandungan sulfur*, *geostatistik*, *batubara*.

Abstract

This study aims to evaluate the effectiveness of the *Ordinary Kriging* method in mapping sulfur content in coal based on simulated data representing the Indonesian region. A total of 100 data points were used to construct an experimental semivariogram, which was then compared with three theoretical models: *Spherical*, *Exponential*, and *Gaussian*. The analysis revealed that the *Exponential* model performed best, with the lowest *Root Mean Square Error* (RMSE) of 0.01982. The estimation was applied to 10,000 prediction points, resulting in sulfur content values ranging from 0.3143% to 1.3649%, with an average of 0.8306%. Model validation using *cross-validation* yielded an RMSE of 0.1806 and a *Mean Absolute Error* (MAE) of 0.143. Moreover, the Moran's I value of 0.41 ($p\text{-value} < 0.01$) indicates a significant positive spatial

autocorrelation. These findings demonstrate that Ordinary Kriging not only provides accurate estimates but also effectively captures the spatial structure of sulfur content, making it a valuable tool for supporting more efficient and sustainable exploration decision-making.

Keywords: *Ordinary Kriging, semivariogram, spatial mapping, sulfur content, geostatistics, coal.*

✉ Corresponding author

PENDAHULUAN

Batubara merupakan salah satu sumber daya energi strategis yang masih banyak digunakan pada berbagai sektor, mulai dari industri berat, pembangkit listrik, hingga kebutuhan rumah tangga. Ketersediaannya yang melimpah serta biaya produksi yang relatif rendah menjadikan batubara tetap menjadi komoditas penting dalam perekonomian global, khususnya di negara berkembang. Meskipun demikian, kualitas batubara sangat dipengaruhi oleh komposisi kimianya, terutama kandungan karbon dan sulfur yang menentukan efisiensi pemanfaatan sekaligus dampak lingkungannya. Kandungan sulfur, misalnya, memiliki implikasi besar terhadap kualitas udara karena pembakarannya menghasilkan emisi sulfur dioksida (SO_2), yang dapat memicu terbentuknya hujan asam serta menurunkan kualitas lingkungan [1].

Peningkatan emisi sulfur oksida dari pembakaran batubara terbukti berkorelasi dengan meningkatnya keasaman presipitasi, terutama di kawasan industri padat. Salah satu studi spasial menunjukkan bahwa distribusi isotop sulfur dan oksigen dalam hujan asam sangat dipengaruhi oleh emisi batubara di suatu wilayah [2]. Kondisi tersebut menegaskan pentingnya pemantauan dan pengendalian kadar sulfur dalam batubara sebagai bagian dari pengelolaan sumber daya energi berkelanjutan. Tantangan utama dalam upaya ini terletak pada proses eksplorasi dan pengambilan sampel, yang cenderung mahal, memakan waktu, serta tidak mampu mencakup seluruh area pertambangan. Untuk menjawab keterbatasan tersebut, pendekatan geostatistik seperti *Ordinary Kriging* dapat dimanfaatkan. Metode ini memungkinkan prediksi nilai suatu variabel pada lokasi yang belum tersampel dengan memanfaatkan data dari lokasi sekitarnya dan mempertimbangkan ketergantungan spasial melalui model semivariogram. Keunggulan utamanya adalah kemampuannya memberikan estimasi yang tidak bias dengan varians kesalahan minimum, khususnya pada data yang bersifat stasioner [3].

Sejumlah penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa metode *Ordinary Kriging* efektif digunakan dalam estimasi kadar sulfur maupun pemodelan sumber daya mineral. Misalnya, di India metode ini diterapkan untuk memetakan variabilitas spasial sulfur tanah di Dataran Deccan menggunakan teknik geostatistik, dan hasilnya mampu menggambarkan distribusi kadar sulfur dengan baik [4]. Studi lain di Aljazair juga memanfaatkan *Ordinary Kriging* untuk memodelkan cadangan mineral Kieselguhr berbasis data eksplorasi, di mana penggunaan variogram dan kriging dapat merepresentasikan kondisi spasial yang kompleks secara realistis [5]. Temuan-temuan tersebut memperkuat alasan penggunaan *Ordinary Kriging* dalam penelitian ini, khususnya untuk estimasi kandungan sulfur berbasis data simulasi.

Dalam bidang pertambangan di Indonesia, penerapan metode *Ordinary Kriging* telah banyak digunakan untuk mengestimasi berbagai parameter kualitas batubara maupun material tambang lainnya. Di wilayah Kalimantan Timur, metode ini

digunakan untuk mengestimasi kadar abu batubara dan dibandingkan dengan metode *Inverse Distance Weighting* (IDW) dengan hasil yang nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) yang lebih rendah dan lebih akurat pada *Ordinary Kriging* [6]. Penelitian lain di Kalimantan Selatan memanfaatkan *Ordinary Kriging* untuk mengestimasi parameter kualitas batubara seperti *ash content*, *total sulphur*, dan *caloric value* menggunakan dua model variogram, yaitu *spherical* dan *exponential*. Hasilnya, model variogram *exponential* terbukti lebih unggul dengan nilai *range* yang lebih besar dan tingkat kesalahan estimasi lebih rendah [7]. Selain itu, penelitian di wilayah pertambangan rakyat Desa Sairo, Kabupaten Manokwari, Papua Barat, menggunakan *Ordinary Kriging* untuk menghitung dan memetakan kandungan material magnetik yang menghasilkan estimasi signifikan melalui tahapan analisis statistik, variogram, dan klasifikasi sumber daya [8]. Berbagai temuan tersebut menegaskan bahwa *Ordinary Kriging* memiliki keunggulan dalam memberikan estimasi spasial yang lebih akurat dibandingkan metode konvensional, sehingga relevan digunakan dalam penelitian ini.

Penelitian terkait estimasi sumber daya batubara juga dilakukan oleh PT. Allied Indo Coal Jaya (AICJ) di Kota Sawahlunto, Provinsi Sumatera Barat. Studi ini menggunakan metode *Ordinary Kriging* untuk memperkirakan cadangan batubara pada seam C1 sebelum kegiatan penambangan dimulai [9]. Metode *Ordinary Kriging* juga diterapkan dalam penelitian estimasi cadangan nikel laterit di Tambang Tengah Bukit TLC4 Pomalaa, wilayah konsesi PT. Aneka Tambang Tbk. Dengan menggunakan data dari 112 blok pengeboran, metode ini digunakan untuk memprediksi kadar nikel pada titik yang tidak tersampel. Hasil semivariogram menunjukkan arah sebaran spasial endapan nikel dan ketebalan yang konsisten dengan struktur geologi. Proses kriging menghasilkan jumlah cadangan terhitung sebesar 4.267.280 ton, dengan tingkat kesalahan estimasi relatif rendah setelah dilakukan proses validasi spasial dan statistik [10]. Hal ini juga dilakukan di wilayah konsesi pertambangan PT. Kapuas Prima Coal, Provinsi Kalimantan Tengah, yang juga menghasilkan akurasi model yang cukup baik dengan hubungan yang kuat antara nilai estimasi dan aktual [11].

Penelitian yang dilakukan di PT. NISKA, Jambi, juga menunjukkan pemanfaatan metode *Ordinary Kriging* dalam estimasi sumber daya batubara. Dengan memanfaatkan pendekatan geostatistik, studi ini mengintegrasikan analisis statistik univariat, analisis spasial, dan pemodelan blok untuk menghitung volume dan total tonase batubara. Hasil analisis menunjukkan korelasi yang kuat antara ketebalan batubara dan hasil estimasi *Ordinary Kriging*, dengan nilai koefisien sebesar 0,9106. Total sumber daya batubara yang dihasilkan dari estimasi tersebut mencapai 2.349.750 ton. Peta sebaran sulfur telah dimanfaatkan untuk memprediksi potensi terbentuknya air asam tambang menggunakan metode Kriging [12]. Dalam studi sebaran logam berat di perairan Bontang, metode *Ordinary Kriging* digunakan sebagai teknik interpolasi spasial untuk memetakan distribusi ion logam Pb, Cu, As, dan Cd berdasarkan data laboratorium dan sekunder. Pendekatan geostatistik ini memanfaatkan model variogram eksponensial untuk mengestimasi nilai di lokasi yang tidak tersampel, serta menyusun peta kontur konsentrasi logam berat. Dari sisi statistik, hasil interpolasi menunjukkan bahwa Cd memiliki sebaran tertinggi. Analisis pola spasial juga mengindikasikan adanya kecenderungan arah penyebaran logam

berat dari pesisir menuju timur laut, dengan beberapa elemen dipengaruhi oleh arus, pasang surut, dan batimetri. Pendekatan ini menunjukkan efektivitas *Ordinary Kriging* dalam menghasilkan estimasi yang menggambarkan variasi spasial kandungan logam secara detail [13].

Dalam praktik pertambangan, *Ordinary Kriging* merupakan metode umum yang digunakan untuk mengestimasi kadar bijih dalam blok tambang. Karena kadar bijih sering menjadi sumber utama ketidakpastian dalam klasifikasi material, beberapa studi membandingkan metode kriging dengan pendekatan berbasis simulasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan data simulasi dalam studi geostatistik dapat meningkatkan validitas estimasi, terutama pada lingkungan spasial yang kompleks. *Ordinary Kriging* yang diterapkan pada data simulasi terbukti mampu mengevaluasi bias dan varians model secara lebih akurat, sehingga menghasilkan estimasi cadangan yang lebih andal [14]. Dalam kasus nyata, kombinasi kriging dan simulasi bahkan telah digunakan untuk mengklasifikasikan material menjadi bijih dan limbah, dengan hasil estimasi yang lebih konsisten terhadap data aktual serta lebih adaptif terhadap kondisi lapangan [15].

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan mengeksplorasi efektivitas *Ordinary Kriging* sebagai metode estimasi kandungan sulfur dalam batubara dengan menggunakan data simulasi sebanyak 100 titik. Fokus analisis diarahkan pada evaluasi tiga model semivariogram yang umum digunakan, yaitu Spherical, Eksponensial, dan Gaussian berdasarkan nilai galat prediksi yang diukur menggunakan *Root Mean Square Error* (RMSE). Rentang nilai sulfur dalam simulasi disesuaikan dengan kondisi geokimia batubara di Indonesia, yang secara umum tergolong *low-sulfur coal*, yakni memiliki kandungan sulfur kurang dari 1% [16]. Hal ini sejalan dengan klasifikasi internasional, di mana batubara dengan kadar sulfur <1% dikategorikan sebagai *low-sulfur*, 1% hingga <3% sebagai *medium-sulfur*, dan $\geq 3\%$ sebagai *high-sulfur coal* [17]. Dengan desain simulasi tersebut, penelitian ini diharapkan tidak hanya memberikan fleksibilitas dalam pengujian model, tetapi juga tetap representatif terhadap kondisi lapangan.

Kontribusi utama penelitian ini terletak pada upaya menghasilkan metode eksplorasi batubara yang lebih efisien, akurat, dan berkelanjutan. Estimasi kadar sulfur yang presisi diharapkan mampu menekan biaya eksplorasi, mengurangi risiko pencemaran lingkungan, serta menjadi acuan penting dalam pengambilan keputusan teknis, seperti penentuan lokasi pengeboran dan penilaian kelayakan produksi. Selain itu, penelitian ini juga berpotensi memperkaya literatur geostatistik dan mendukung pengembangan kebijakan berbasis data di sektor energi dan pertambangan. Kebaruan penelitian ini terletak pada penerapan data simulasi yang dirancang menyerupai kondisi geokimia batubara Indonesia untuk menguji performa tiga model semivariogram secara komparatif, disertai validasi spasial yang komprehensif (RMSE, MAE, dan Moran's I). Dengan demikian, hasil studi ini diharapkan mampu menghadirkan keseimbangan antara efisiensi industri dan perlindungan lingkungan melalui pemanfaatan teknologi spasial yang lebih canggih.

METODOLOGI

Dalam Geostatistika, data spasial sering digunakan sebagai bahan analisis. Data spasial merupakan data yang berbasis pada koordinat lokasi. Dalam studi kasus

ini, data yang digunakan adalah data simulasi kandungan sulfur yang dirancang untuk merepresentasikan variasi spasial di suatu wilayah. Data terdiri dari 100 titik simulasi yang mencakup koordinat lokasi absis x dan ordinat y dalam satuan meter serta nilai kandungan sulfur dalam satuan persen (%). Jumlah 100 titik dipilih karena dianggap cukup untuk menggambarkan variasi spasial sekaligus menjaga efisiensi komputasi dalam proses estimasi pada ribuan titik grid prediksi. Selain itu, ukuran sampel ini sejalan dengan praktik umum dalam studi geostatistik yang menggunakan puluhan hingga ratusan titik sebagai dasar penerapan kriging, sehingga tetap representatif terhadap kondisi nyata. Simulasi data dilakukan menggunakan fungsi kombinasi sinus dan cosinus yang menggambarkan pola spasial, dengan penambahan *error* acak untuk meniru kondisi sebenarnya di lapangan.

Software yang digunakan dalam penelitian ini adalah Microsoft Office Excel, RStudio (khususnya *packages* gstat dan sp), serta Surfer 23. Tahapan analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

Langkah-langkah analisis estimasi kandungan sulfur dalam batubara menggunakan metode *Ordinary Kriging*:

1. Memasukkan data koordinat (X, Y) dan kandungan sulfur (S) dari data simulasi.

Tabel 1. Struktur Data		
S (%)	Data Koordinat	
	X (meter)	Y (meter)
S_1	X_1	Y_1
S_2	X_2	Y_2
...	...	...
S_{50}	X_{50}	Y_{50}

2. Melakukan perhitungan *Z-score test* untuk mengidentifikasi adanya *outlier* yang dinyatakan sebagai berikut [18]:

$$Z_{hitung} = \frac{Z_{(s_i)} - \mu_s}{\sigma_s}, i = 1, 2, \dots, 50 \quad (1)$$

Dalam hal ini, $Z_{(s_i)}$ merupakan nilai sulfur di titik ke- i , μ_s merupakan rata-rata nilai sulfur, dan σ_s menyatakan standar deviasi sulfur.

Jika nilai $|Z_{hitung}|$ lebih besar daripada $Z_{\alpha/2}$, maka data tersebut diidentifikasi sebagai *outlier* dan harus dikoreksi. Dalam analisis geostatistik, identifikasi *outlier* menggunakan uji *Z-score* merupakan pendekatan statistik yang penting untuk memastikan kualitas data. Suatu titik data dikategorikan sebagai *outlier* ketika nilai absolut *Z-score*-nya ($|Z_{hitung}|$) melebihi nilai kritis $Z_{\alpha/2}$ dari distribusi normal standar [19]. Untuk tingkat signifikansi $\alpha=0.05$, nilai kritisnya adalah 1.96 [20].

3. Menguji asumsi stasioneritas data secara visual untuk memastikan data memenuhi asumsi stasioner pada *Ordinary Kriging*. Data dikatakan stasioner jika plot yang dihasilkan tidak mengandung *trend*. Jika tidak stasioner, dilakukan transformasi atau pendekatan *Universal Kriging*.

4. Menghitung matriks jarak menggunakan prinsip dasar jarak Euclidean.
5. Apabila asumsi stasioneritas sudah terpenuhi maka selanjutnya dilakukan perhitungan semivariogram eksperimental dari data sampel simulasi. Semivariogram adalah setengah dari kuantitas $\gamma(h)$. Semivariogram dapat digunakan untuk mengukur korelasi spasial berupa variansi selisih pengamatan pada lokasi s dan lokasi $s+h$ [20]. Taksiran Semivariogram eksperimental terhadap jarak h adalah:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2 \quad (2)$$

dengan $2\gamma(h)$ adalah nilai variogram dengan jarak h , $\gamma(h)$ adalah nilai semovariogram dengan jarak h , dan $Z(s_i)$ adalah nilai pengamatan di titik s_i sehingga diperoleh nilai *sill* dan *range* yang digunakan untuk pendekatan semivariogram teoritis.

6. Melakukan analisis struktural dengan mencocokkan semivariogram eksperimental terhadap beberapa model semivariogram teoritis, yaitu model *spherical*, *exponential*, dan Gaussian. Pemilihan model terbaik dilakukan dengan membandingkan nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil.
7. Setelah memperoleh nilai semivariogram yang terbaik, selanjutnya melakukan perhitungan nilai pembobotan Kriging untuk setiap titik estimasi. Bobot *kriging* diperoleh dengan meminimalkan variansi galat pendugaan melalui pemanfaatan model semivariogram teoritis. Penduga Kriging dikatakan linier karena nilai yang diduga $\hat{Z}(s_0)$ adalah sebuah kombinasi linier yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad (3)$$

Bobot λ_i adalah solusi dari system persamaan linier yang diperoleh dari fungsi semivariogram proses random $Z(s)$ dan galat dari pendugaan tersebut adalah:

$$\varepsilon(s_0) = Z(s_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad (4)$$

$$\varepsilon(s_0) = Z(s_0) - \hat{Z}(s_0) \quad (5)$$

Estimasi Kriging bersifat tak bias, di mana jumlah seluruh bobot sama dengan satu. Bobot inilah yang digunakan untuk menduga nilai dari ketebalan, ketinggian, kadar, atau variabel lain. Sehingga memberikan banyak bobot pada sampel dengan jarak terdekat dibandingkan dengan sampel pada jarak yang lebih jauh [21].

8. Melakukan estimasi *Ordinary Kriging* pada data simulasi. Metode ini mengasumsikan bahwa nilai tengah populasi bersifat konstan namun tidak diketahui, sementara struktur variogram diketahui dan data bersifat stasioner. Ordinary Kriging memberikan penaksir terbaik yang tak bias dan linier (*Best Linear Unbiased Estimator*/BLUE). Nilai estimasi dihitung sebagai kombinasi linier dari nilai-nilai pada titik sampel, dengan bobot yang memenuhi sifat tak bias. Bobot Kriging ditentukan melalui sistem persamaan linier yang dituliskan dalam bentuk notasi matriks sebagai

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{D}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdots & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(h_{10}) \\ \gamma(h_{20}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{n0}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matriks $\mathbf{C}$ merupakan matriks *nonsingular*, yaitu sebuah matriks bujur sangkar dan $\det(\mathbf{C}) \neq 0$ [22]. Nilai bobot Kriging dapat dihitung dengan mengalikan kedua ruas persamaan dengan $\mathbf{C}^{-1}$, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdots & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \gamma(h_{10}) \\ \gamma(h_{20}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{n0}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lagrange Multiplier m ditambahkan untuk meminimalkan galat Kriging, sehingga variansi galatnya diperoleh sebagai berikut:

$$\text{var}(\varepsilon(s_0)) = \text{var}(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \quad (6)$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \gamma(h_{10}) \\ \gamma(h_{20}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{n0}) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Titik s_0 merupakan lokasi yang akan diduga nilainya, sementara $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ merupakan bobot tiap titik atau lokasi tersampel, $\gamma(h_{nn})$ adalah semivariogram teoritis di titik atau lokasi tersampel n pada lokasi n dengan jarak h_{nn} , $\gamma(h_{n0})$ adalah semivariogram teoritis di titik atau lokasi tersampel n pada lokasi n dengan jarak h_{n0} , $\hat{Z}(s_0)$ merupakan nilai dugaan pada titik yang akan diduga, dan $Z(s_i)$ merupakan nilai pengamatan pada titik tersampel (s_i).

9. Menginterpretasikan hasil estimasi kandungan sulfur dan validasi model.

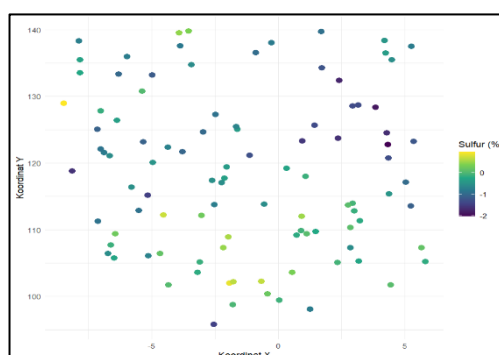
HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini menyajikan hasil estimasi kandungan sulfur dalam batubara berdasarkan data simulasi menggunakan pendekatan geostatistik dengan metode *Ordinary Kriging*.

Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data simulasi kandungan sulfur batubara yang dirancang untuk merepresentasikan variasi spasial di wilayah

Indonesia. Data terdiri dari 100 titik pengamatan yang masing-masing memiliki koordinat geografis dalam sistem kartesius (X, Y) serta nilai kandungan sulfur (%) sebagai variabel respon. Lokasi titik-titik simulasi tersebar dalam rentang latitude $-8,48787^{\circ}$ hingga $5,89422^{\circ}$ dan longitude $95,31459^{\circ}$ hingga $140,39262^{\circ}$, yang mencakup wilayah geografis Indonesia berdasarkan informasi dari Badan Informasi Geospasial (BIG) di <https://www.big.go.id>. Simulasi nilai kandungan sulfur dilakukan secara terstruktur untuk mencerminkan pola geokimia yang realistis di lapangan. Data ini digunakan sebagai dasar dalam membangun model estimasi spasial menggunakan pendekatan *Ordinary Kriging*, yang memungkinkan analisis hubungan spasial antar titik lokasi serta menghasilkan peta sebaran kandungan sulfur pada wilayah studi yang ditampilkan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Sebaran Titik Simulasi Kandungan Sulfur.

Gambar 1 merupakan visualisasi sebaran kandungan sulfur dari 100 titik simulasi di wilayah Indonesia. Simulasi data dilakukan menggunakan perangkat lunak RStudio, dengan asumsi bahwa kandungan sulfur memiliki variasi spasial yang mengikuti pola kontinu dan mengandung komponen acak. Nilai sulfur dihasilkan menggunakan kombinasi fungsi sinus dan cosinus terhadap posisi X dan Y serta tambahan *noise* Gaussian dengan nilai tengah 0 dan simpangan baku 0,1. Pendekatan ini dipilih untuk meniru variasi alami yang sering ditemui dalam data geologi atau pertambangan.

Selanjutnya, dilakukan analisis statistik deskriptif terhadap variabel sulfur untuk mengetahui seberapa besar variasi yang terdapat dalam data. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa data memiliki sebaran nilai yang relatif sempit dan konsisten dengan nilai kandungan sulfur batubara di Indonesia. Ringkasan nilai minimum, maksimum, rata-rata, dan variansi dari data simulasi disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Deskripsi Data Penelitian

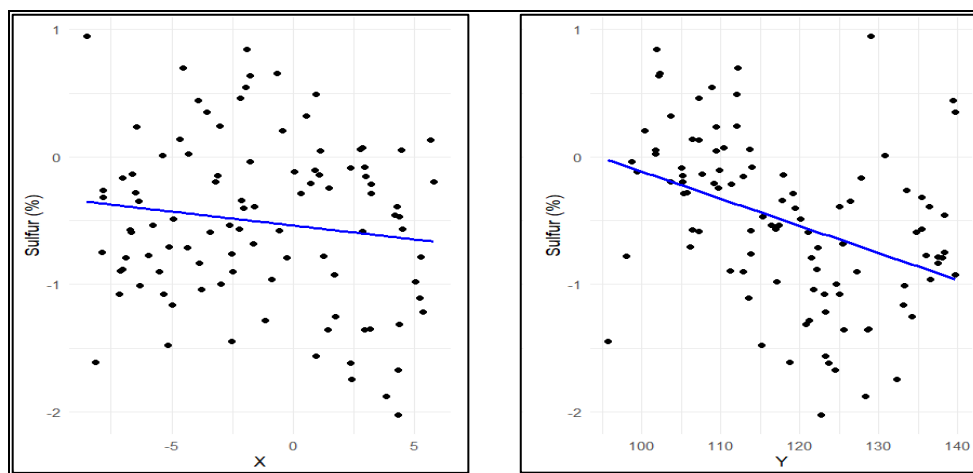
Kategori	Sulfur (%)
Min	0,2
Maks	1,5
Rata-Rata	0,86
Variansi	0,07956

Dari Tabel 2, diperoleh bahwa sampel yang digunakan dalam penelitian mengambil lokasi X pada koordinat -8.48787 sampai 5.89422 . Sedangkan lokasi Y pada

koordinat 95.31459 sampai 140.39262. Dari 100 sampel yang terambil, nilai kandungan sulfur yang paling rendah yaitu 0,2%, sedangkan kandungan sulfur terbesar yaitu 1,5% dengan memiliki rata-rata kandungan Sulfur 0,86% dan nilai variansi kandungan Sulfur sebesar 0,07956%. Rentang ini disesuaikan dengan karakteristik batubara Indonesia yang umumnya memiliki kadar sulfur di bawah 1,5% berdasarkan laporan resmi Badan geologi ESDM, sehingga dianggap representatif untuk simulasi.

Untuk memastikan validitas data, dilakukan deteksi *outlier* menggunakan *spatial statistics Z test*, dengan $\mu = 0,8636$ dan $\sigma = 0,2821$. Dengan menggunakan batas kritis $|Z| > 1.96$, teridentifikasi sebanyak 4 titik data yang dikategorikan sebagai *outlier*. Karena proporsi pencilan relatif kecil (4%) dan nilai sulfur masih berada dalam rentang realistis (0,2%–1,5%), titik-titik tersebut tetap disertakan dalam proses estimasi spasial menggunakan metode *Ordinary Kriging*. Keberadaannya juga ditandai secara visual dalam peta untuk memastikan tidak memengaruhi struktur semivariogram secara signifikan.

Sebagian besar data berada dalam rentang wajar, sehingga dapat diasumsikan tidak terdapat pencilan yang signifikan secara statistik. Selanjutnya, karena metode *Ordinary Kriging* mensyaratkan terpenuhinya asumsi stasioneritas, maka dilakukan analisis visual untuk mengamati ada tidaknya tren spasial. Asumsi ini menyatakan bahwa nilai variabel tidak berubah secara sistematis terhadap lokasi, melainkan memiliki kecenderungan yang tetap. Untuk memverifikasi hal tersebut, dilakukan visualisasi sebaran nilai kandungan sulfur terhadap masing-masing koordinat lokasi. Berikut adalah plot sebaran nilai kandungan sulfur berdasarkan titik sampel:



Gambar 2. Plot data kandungan sulfur terhadap sumbu X dan Y

Hasil plot pada Gambar 2 menunjukkan bahwa data kandungan sulfur terlihat konstan atau stasioner terhadap kedua sumbu koordinat. Pada plot terhadap sumbu X, persebaran titik tidak menunjukkan pola peningkatan atau penurunan yang sistematis, melainkan fluktuasi yang relatif stabil di sekitar nilai tengahnya. Pola serupa juga terlihat pada plot terhadap sumbu Y, di mana tidak tampak adanya trend tertentu, dan variasi nilai sulfur juga tersebar cukup merata di sepanjang koordinat tersebut. Kondisi ini mengindikasikan bahwa data simulasi yang digunakan telah memenuhi asumsi dasar stasioneritas, yang penting untuk proses pemodelan variogram dan penerapan metode *Ordinary Kriging*.

Semivariogram Eksperimental

Setelah asumsi stasioneritas terpenuhi, maka dilakukan perhitungan semivariogram eksperimental untuk data kandungan Sulfur. Untuk membuat semivariogram, diperlukan pembuatan pasangan data sampel dengan rumus kombinasi $C(n,2)$ dengan n adalah banyaknya data. Diketahui bahwa data simulasi berjumlah 100 titik, maka dengan kombinasi $C(n,2)$ atau $C(100,2)$ diperoleh sebanyak 4950 pasangan data. Berikut hasil semivariogram eksperimentalnya:

Tabel 3. Semivariogram Eksperimental Kandungan Sulfur

Kelas	Interval Kelas	Banyak pasangan Data $N(h)$	Rata-rata jarak (h)	Semivariogram $\gamma(h)$
1	0 – 2	78	1,306	0,106091950
2	2 – 4	254	3,069	0,195025513
3	4 – 6	376	5,069	0,245727582
4	6 – 8	424	7,001	0,323617920
5	8 – 10	499	8,982	0,328591080
6	10 – 12	461	10,982	0,393108562
7	12 – 14	470	12,937	0,477163737
8	14 – 15	208	14,516	0,476304719

Dari hasil perhitungan semivariogram eksperimental di Tabel 3, diperoleh jumlah pasangan data, rata-rata jarak antar titik, dan nilai semivariogram untuk masing-masing kelas. Terdapat 8 kelas untuk nilai semivariogram eksperimental kandungan Sulfur. Jika dilihat, terdapat 78 pasangan data dengan rata-rata jarak sebesar 1.306 dan nilai semivariogram sebesar 0,10609195. Nilai-nilai ini digunakan untuk membentuk model variogram teoritis yang akan diaplikasikan pada tahap *kriging*.

Nilai *sill* diperoleh dari nilai variansi kandungan Sulfur sebesar 0,6329 dan *range* sebesar 11,65849 satuan jarak yang diperoleh dari nilai tengah jarak pada kelas yang nilai semivariogramnya mendekati nilai *sill*. Nilai *sill* dan *range* yang telah diperoleh, selanjutnya dilakukan analisis struktural untuk mencocokkan semivariogram teoritis yang sesuai digunakan untuk estimasi kandungan Sulfur dengan metode *Ordinary Kriging*.

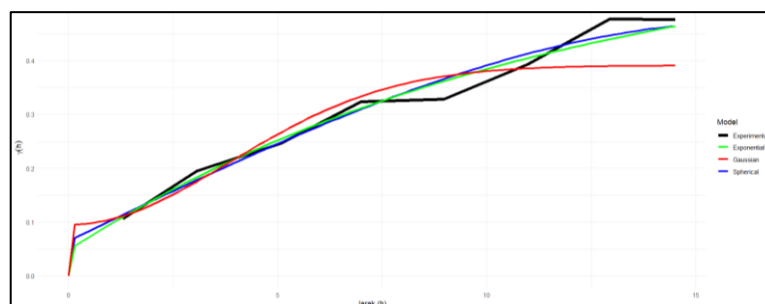
Semivariogram Teoritis

Setelah diperoleh variogram eksperimental yang merepresentasikan hubungan spasial antar pasangan data, langkah selanjutnya adalah melakukan fitting terhadap model semivariogram teoritis. Tiga model umum yang dibandingkan dalam studi ini adalah *Spherical*, *Exponential*, dan *Gaussian*. Proses fitting dilakukan untuk menyesuaikan bentuk kurva model dengan nilai-nilai semivarian hasil perhitungan eksperimental. Tabel 4 berikut menyajikan nilai semivariogram teoritis untuk ketiga model berdasarkan kelas jarak yang telah ditentukan.

Tabel 4. Semivariogram Teoritis Kandungan Sulfur

Kelas	Interval Kelas	Frekuensi (h)	Rata-rata jarak (h)	Semivariogram Teoritis		
				Spherical	Eksponensial	Gaussian
1	0 – 2	78	1,306	0,1134882	0,1097282	0,1114438
2	2 – 4	254	3,069	0,1779359	0,1831314	0,1752175
3	4 – 6	376	5,069	0,2477643	0,2540124	0,2660164
4	6 – 8	424	7,001	0,3099217	0,3118671	0,3338007
5	8 – 10	499	8,982	0,3661226	0,3620314	0,3711326
6	10 – 12	461	10,982	0,4129371	0,4047219	0,3856605
7	12 – 14	470	12,937	0,4469552	0,4399469	0,3897351
8	14 – 15	208	14,516	0,4645222	0,4643880	0,3905546

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa model semivariogram eksponensial memiliki nilai yang paling mendekati semivariogram eksperimental pada sebagian besar kelas jarak. Setelah menghitung semivariogram eksperimental dan memodelkan semivariogram teoritis, langkah selanjutnya adalah analisis struktural. Analisis ini dilakukan secara visual dengan membandingkan kurva semivariogram teoritis terhadap semivariogram eksperimental. Model yang kurvanya paling mendekati pola eksperimental dianggap paling sesuai untuk menggambarkan struktur spasial dan digunakan dalam estimasi kandungan sulfur pada titik yang belum teramati. Hal ini dapat dilihat berdasarkan plot semivariogram teoritis yang mendekati semivariogram eksperimental berikut.



Gambar 3. Plot Perbandingan Semivariogram Experimental dan Model Teoritis

Berdasarkan Gambar 3, terlihat perbandingan antara semivariogram eksperimental dengan tiga model teoritis, yaitu *Exponential*, *Gaussian*, dan *Spherical*. Semivariogram *experimental* merepresentasikan data aktual, sementara ketiga model teoritis digunakan untuk mendekati pola data tersebut. Namun, dari visualisasi plot tersebut, belum dapat ditentukan secara jelas model mana yang paling sesuai dengan

Semivariogram *experimental* karena ketiganya menunjukkan kemiripan dalam mendekati pola data. Oleh karena itu, diperlukan analisis kuantitatif untuk memilih model terbaik.

Untuk menentukan model teoritis yang paling mendekati Semivariogram *experimental*, digunakan dua metrik evaluasi, yaitu MSE (*Mean Squared Error*) dan RMSE (*Root Mean Squared Error*). MSE mengukur rata-rata kuadrat selisih antara nilai Semivariogram *experimental* dan teoritis, sedangkan RMSE adalah akar dari MSE, yang memberikan interpretasi lebih intuitif. Semakin kecil nilai MSE dan RMSE, semakin baik model tersebut. Perhitungan kedua metrik akan menjadi dasar pemilihan model terbaik. Dengan demikian, meskipun analisis visual belum memberikan kesimpulan pasti, evaluasi berbasis MSE dan RMSE akan membantu menentukan model semivariogram teoritis yang paling optimal. Ringkasan nilai MSE dan RMSE dari ketiga model ditunjukkan pada Tabel 5 berikut.

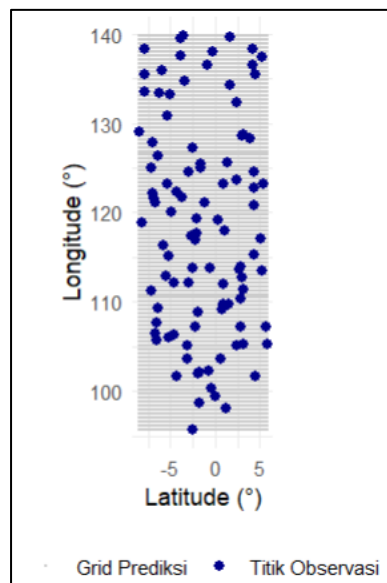
Tabel 5. Perbandingan Nilai RMSE Model Semivariogram

	<i>Spherical Exponential Gaussian</i>		
MSE	0,000424	0,000393	0,002225
RMSE	0,02059	0,01982	0,04717

Berdasarkan Tabel 5, model semivariogram *Exponential* menghasilkan nilai MSE sebesar 0,000393 dan RMSE sebesar 0,01982, yang merupakan nilai terkecil dibandingkan model lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa model *Exponential* memiliki tingkat kesesuaian paling tinggi terhadap pola semivariogram *eksperimental*. Oleh karena itu, model ini dipilih sebagai model teoritis dalam proses estimasi menggunakan metode *Ordinary Kriging*. Pemilihan ini tidak hanya berdasarkan pada nilai MSE dan RMSE, tetapi juga diperkuat oleh perbandingan visual antara semivariogram *eksperimental* dengan ketiga model teoritis pada masing-masing kelas jarak.

Setelah diperoleh bentuk semivariogram teoritis yang paling sesuai berdasarkan hasil fitting, maka model semivariogram *Exponential* dipilih dan digunakan dalam proses estimasi kandungan sulfur dengan pendekatan *Ordinary Kriging*. Lokasi pemetaan estimasi kandungan sulfur berada dalam luasan yang ditentukan berdasarkan rentang koordinat dari 100 titik data observasi. Wilayah ini secara spasial mencakup area di Indonesia dengan rentang garis lintang (*latitude*) dari sekitar $-8,48787^{\circ}$ hingga $5,89422^{\circ}$ dan garis bujur (*longitude*) dari sekitar $95,31459^{\circ}$ hingga $140,39262^{\circ}$. Pada wilayah tersebut, dilakukan proses estimasi kandungan sulfur menggunakan pendekatan *Ordinary Kriging* dengan model semivariogram Eksponensial yang telah diperoleh dari proses fitting sebelumnya.

Estimasi dilakukan terhadap 10.000 titik grid yang tersebar secara merata (100×100 titik), yang mencakup seluruh area observasi. Visualisasi berikut memperlihatkan sebaran titik data observasi (berwarna merah), grid prediksi (abu-abu), serta peta hasil prediksi kandungan sulfur dan ketidakpastian (*variance*) hasil kriging, yang dihasilkan menggunakan software *RStudio*.



Gambar 4. Peta Titik Observasi dan Estimasi

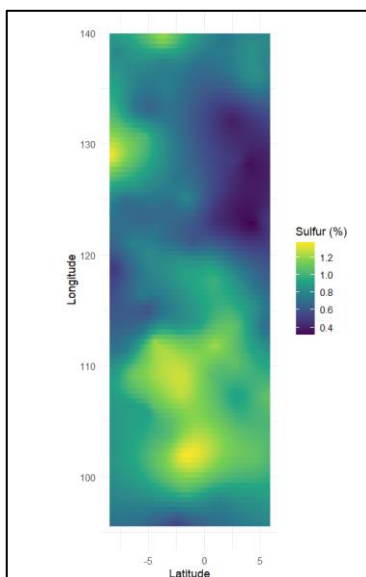
Berdasarkan Gambar 4, titik yang berwarna abu-abu menunjukkan 100 titik lokasi observasi atau titik yang tersampel, sedangkan titik yang berwarna biru adalah 10.000 titik lokasi yang akan diestimasi. Secara statistik, proses estimasi ini didasarkan pada prinsip interpolasi spasial menggunakan metode *Ordinary Kriging*, yang menghasilkan *Best Linear Unbiased Prediction* (BLUP) pada lokasi-lokasi yang tidak terobservasi. Model semivariogram eksponensial yang telah difitting sebelumnya digunakan untuk menggambarkan ketergantungan spasial antar titik, di mana kontribusi informasi dari titik-titik observasi dihitung berdasarkan jaraknya terhadap titik prediksi serta struktur varians spasial yang ditentukan oleh model. Dengan demikian, pendekatan ini memanfaatkan struktur spasial dalam data untuk menghasilkan estimasi yang optimal dan dapat dipercaya.

Tabel 5. Estimasi Kandungan Sulfur	
	Sulfur (%)
Min	0,3143
Rata-Rata	0,8306
Max	1,3649

Berdasarkan hasil prediksi spasial pada Tabel 5, kandungan sulfur berkisar antara 0,3143% hingga 1,3649%, dengan rata-rata sebesar 0,8306%. Nilai ini menunjukkan bahwa sebagian besar wilayah memiliki konsentrasi sulfur pada tingkat sedang hingga tinggi. Sebaran konsentrasi yang bervariasi ini mencerminkan adanya struktur spasial yang signifikan dalam data, yang telah berhasil ditangkap oleh model *Ordinary Kriging*. Informasi ini penting untuk pengambilan keputusan dalam pengelolaan kualitas batubara, karena kandungan sulfur yang tinggi dapat berdampak negatif terhadap lingkungan dan efisiensi pembakaran.

Visualisasi spasial hasil estimasi kandungan sulfur disajikan dalam bentuk peta kontur berbasis koordinat geografis (X, Y) dengan gradasi warna yang merepresentasikan tingkat konsentrasi sulfur. Peta ini menunjukkan sebaran nilai

prediksi pada 10.000 titik grid di seluruh wilayah studi, serta posisi titik observasi sebagai referensi. Berikut adalah hasil estimasi sulfur yang disajikan dalam bentuk peta kontur dengan menggunakan *RStudio*:



Gambar 5. Peta kontur hasil estimasi kandungan sulfur

Gambar 5 menyajikan peta spasial hasil estimasi kandungan sulfur menggunakan metode *Ordinary Kriging* dengan model semivariogram eksponensial. Nilai kandungan sulfur tersebar tidak merata di seluruh area studi, dengan gradasi warna yang menggambarkan variasi konsentrasi sulfur pada tiap titik lokasi. Peta hasil estimasi *ordinary kriging* memperlihatkan adanya pola spasial yang konsisten dengan struktur model, dengan penurunan kadar dari 1,0% di lintang 5° ke arah selatan hingga mencapai 0,4% di lintang -5°.

Akurasi model diperkuat dengan hasil validasi silang (*cross-validation*) yang menunjukkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) sebesar 0,1806 dan *Mean Absolute Error* (MAE) sebesar 0,143, yang mengindikasikan bahwa model memiliki tingkat kesalahan prediksi yang rendah. Selain itu, hasil analisis *Moran's I* terhadap residual prediksi menunjukkan nilai sebesar 0,41 dengan *p-value* < 0,01, yang mengindikasikan adanya autokorelasi spasial positif secara signifikan dalam sisaan model pada kandungan sulfur. Hasil ini menguatkan bahwa metode *Ordinary Kriging* tidak hanya mampu menghasilkan estimasi yang akurat, tetapi juga secara efektif dalam merepresentasikan struktur spasial kandungan sulfur di wilayah simulasi.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis, model semivariogram eksponensial dipilih sebagai model terbaik karena menghasilkan nilai RMSE terkecil sebesar 0,01982. Estimasi kandungan sulfur menunjukkan nilai minimum 0,3143%, maksimum 1,3649%, dan rata-rata 0,8306%. Validasi model melalui *cross-validation* menghasilkan RMSE sebesar 0,1806 dan MAE sebesar 0,143, yang mengindikasikan tingkat kesalahan prediksi rendah. Selain itu, nilai *Moran's I* sebesar 0,41 dengan *p-value* < 0,01 menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif yang signifikan. Hasil ini menegaskan bahwa

Ordinary Kriging efektif digunakan untuk estimasi spasial kandungan sulfur dalam batubara berbasis data simulasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Hussain, "The Geological Availability and Emissions of Sulfur and SO₂ from the Typical Coal of China", doi: 10.4209/aaqr.2018.08.0281.
- [2] Z. Yan, "The abatement of acid rain in Guizhou province, southwestern China: Implication from sulfur and oxygen isotopes", doi: 10.1016/J.ENVPOL.2020.115444.
- [3] Edward H. Isaaks, *An Introduction to Applied Geostatistics*. [Online]. Available: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1876009>
- [4] B. P. Mondal, "Assessment of Spatial Variability of Soil Available Sulphur Using Geostatistical Techniques in a Part of Deccan Plateau of India", doi: 10.5958/0974-0228.2022.00023.8.
- [5] A. Lamamra, "Geostatistical Modeling by the Ordinary Kriging in the Estimation of Mineral Resources on the Kieselguhr Mine, Algeria", doi: 10.1088/1755-1315/362/1/012051.
- [6] S. Wahyuni, "Estimasi Sebaran Kualitas Batubara (Ash Content) Menggunakan IDW dan Ordinary Kriging di PT. Kayan Putra Utama, Kalimantan Timur", doi: 10.30872/geofisunmul.v2i1.330.
- [7] M. Reza, "Analisis Model Variogram pada Penaksiran Kualitas Endapan Batubara dengan Metode Ordinary Kriging", doi: 10.20527/jg.v8i1.12758.
- [8] D. R. D. Nababan, "Estimasi Potensi Material Magnetik menggunakan Metode Ordinary Kriging di Kampung Sairo Kabupaten Manokwari Provinsi Papua Barat," vol. 7, Dec. 2024, doi: 10.56139/intan.v7i2.231.
- [9] A. E. Putra, "Estimasi Sumberdaya Batubara Seam C1 Menggunakan Metode Ordinary Kriging Pada Pit Central Timur PT. Allied Indo Coal Jaya Sawahlunto," vol. 4, Sep. 2024.
- [10] M. A. Asy'ari, "Geologi dan Estimasi Sumberdaya Nikel Laterit Menggunakan Metode Ordinary Kriging di PT. Aneka Tambang, Tbk," vol. 13 (1), Feb. 2015, [Online]. Available: <https://garuda.kemdikbud.go.id/documents/detail/352622>
- [11] T. Suwandi, "Application of Ordinary Kriging Method for Estimation of Lead (Pb) Resources in Gossan Block," vol. 10 (1), pp. 81-90, Apr. 2025, doi: 10.33579/krvtk.v10i1.5718.
- [12] I. Iskandar, "Estimasi Sumberdaya Batubara Dengan Menggunakan Metode Ordinary Kriging di CV. NISKA Dusun Senamat, Kecamatan Pelepat, Kabupaten Bungo, Provinsi Jambi," vol. 8 (2), Aug. 2023, [Online]. Available: <https://garuda.kemdikbud.go.id/documents/detail/3692765>
- [13] ani ani ani, "Studi Identifikasi Sebaran Ion Logam Pb, Cu, As dan Cd pada Air dan Sedimen di Perairan Bontang Kalimantan Timur Menggunakan Metode Kriging (Ordinary Kriging)," vol. 6 (1), Feb. 2023, doi: <https://doi.org/10.30872/geofisunmul.v6i1.1001>.
- [14] J. P. C. Kleijnen, "Kriging Metamodeling in Simulation: A Review," Feb. 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2007.10.013.
- [15] A. Mousavi, "A comparative study of kriging and simulation-based methods in classifying ore and waste blocks," vol. 9 (691), Oct. 2016, doi: 10.1007/s12517-016-2728-8.
- [16] F. Fatimah, "Kandungan Sulfur dalam Batubara Indonesia," *Bul. Sumber Daya Geol.*, vol. 2, no. 1, pp. 35-42, 2007, doi: 10.47599/bsdg.v2i1.206.
- [17] C.-L. Chou, "Sulfur in coals: A review of geochemistry and origins," *Int. J. Coal Geol.*, vol. 100, pp. 1-13, 2012, doi: 10.1016/j.coal.2012.05.009.

- [18]S. Shekhar, "A Unified Approach to Spatial Outliers Detection," vol. 3 (4), pp. 333–360, Jan. 2002.
- [19]B. Vic, *Outliers in Statistical Data 2nd Edition*. 1994. [Online]. Available: https://archive.org/details/outliersinstatis0000barn_k7p8/page/n1/mode/1up
- [20]N. Cressie, *Statistics for Spatial Data*. 1993. [Online]. Available: https://books.google.co.id/books?id=MzN_BwAAQBAJ&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- [21]G. Bohling, *Introduction to Geostatistics and Variogram Analysis*. Kansas Geological Survey, 2005. [Online]. Available: <http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940>
- [22]M. Armstrong, *Basic Linear Geostatistics*, 1st ed. Berlin: Springer, 1998. [Online]. Available: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-58727-6>