Volume 2 Issue 1 (2022) Pages 13-22 P-ISSN:2798-2696 E-ISSIN:2798-0057

JOSTECH
Journal of Science and Technology
Website: https://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/jostech Email: jostech@uinib.ac.id

Pemodelan Pengaruh Vaksinasi Terhadap Penyebaran Demam Berdarah Dengue (DBD)

Nita Putri Utami[1]✉
Tadris Matematika, Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang, Indonesia[1]
email: nitautami@uinib.ac.id[1]

Received 19 Januari 2022, Accepted 23 Februari 2022, Published 31 Maret 2022

Abstrak

Manusia banyak mengabaikan rasa sakit yang sedang dideritanya. Hal ini disebabkan kurangnya pemahaman penderita terhadap penyakit yang dideritanya tersebut. Salah satu jenis penyakit menular yang sering ditemui pada masyarakat adalah penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD). Penyakit DBD ini disebabkan oleh infeksi virus dengue. Tujuan penelitian ini adalah Membentuk model matematika untuk mengetahui pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD. Metode yangdigunakan dengan menggunakan Titik Keseimbangan dengan model *SIR*. Pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD sepenuhnya ditentukan oleh bilangan reproduksi dasar (R_0) yaitu R_0=(βμ(μ+σ)+θαμN)/(μ+γ)(μ+α)(μ+σ). Ketika $R_0 < 1$, titik tetap bebas penyakit E_0 akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit tidak akan menyebar dalam populasi atau dengan kata lain pada akhirnya penyakit akan hilang dari populasi dalam waktu yang lama. Ketika, $R_0 >$ 1, titik tetap endemik E_e akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit akan tetap ada dan menyebar dalam populasi. Agar penyakit demam berdarah dengue (DBD) dapat dicegah atau dihilangkan dalam waktu yang lama maka kita perlu memperkecil bilangan reprduksi dasar yaitu dengan memperbesar peluang individu rentan yang mengalami vaksinasi.

Kata Kunci: Pemodelan Vaksinasi, Titik Keseimbangan.

Abstract

Many people ignore the pain that they are suffering from. This is due to the lack of understanding of the patient about the disease he is suffering from. One type of infectious disease that is often encountered in the community is Dengue Hemorrhagic Fever (DHF). DHF is caused by dengue virus infection. The purpose of this study is to establish a mathematical model to determine the effect of vaccination on the spread of DHF. The method used is by using the Equilibrium Point with SIR. The effect of vaccination on the spread of DHF is fully determined by the basic reproduction number (R_0) is R_0*=(βμ(μ+σ)+θαμN)/(μ+γ)(μ+a)(μ+σ) . When R_0<1, the disease-free fixed point E0 will be asymptotically stable which means that the disease will not spread in the population or in other words, the disease will eventually disappear from the population within a year. long time. When R_0>1, the endemic point of Ee will be asymptotically stable which means that the disease will persist and spread in the population. In order for dengue hemorrhagic fever (DHF) to be prevented or eliminated for a long time, we need to reduce the basic reproduction number by increasing the chances of susceptible individuals being vaccinated.*

Keywords: *Vaccination Modeling, The Equilibrium Point*

✉Corresponding author

PENDAHULUAN

Penyakit DBD tidak menular melalui kontak manusia secara langsung tetapi hanya dapat ditularkan melalui nyamuk *Aedes aegypti* betina yang menyimpan virus pada telurnya dan selanjutnya akan menularkan virus tersebut kepada manusia melalui gigitan sehingga virus masuk ke dalam tubuh manusia. Sewaktu menggigit untuk menghisap darah, virus berkembang biak di dalam kelenjar air liur di pangkal belalai nyamuk. Virus hidup dan berkembang subur di dalam darah manusia (viremia).Sebagai reaksi tubuh melawan benda asing, di dalam tubuh timbul panas badan yang secara alami melebarkan lumen pembuluh darah untuk mempercepat aliran darah sehingga zat penangkal yang secara normal ada di dalam darah bisa segera memusnahkan benda asing tersebut.Selain itu juga terjadi kerusakan sel-sel pembeku darah sehingga mudah rusak dan hancur mengakibatkan jumlah sel pembeku darah (trombosit) berkurang.Reaksi zat anti dan virus juga menimbulkan kerusakan pada dinding pembuluh darah yang menyebabkan dinding pembuluh darah bocor sehingga cairan darah merembes keluar pembuluh darah ke ruang/jaringan sekitar.Inilah sebabnya penderita DBD harus banyak minum, kalau perlu diinfus dengan cairan yang susunannya mirip cairan darah (plasma).Gangguan pada pembuluh darah kapiler dan pada sistem pembekuan darah inilah yang mengakibatkan perdarahan-perdarahan yang merupakan salah satu gejala orang yang menderita penyakit DBD.Tanda perdarahan tersebut seperti ruam-ruam berwarna merah terang. Selain itu, gejala-gejala lain penderita DBD adalah sakit perut, rasa mual, trombositopenia (terjadi penurunan trombosit di bawah 150.000 mm^3), hemokonsentrasi (meningkatnya nilai hematokrit), sakit kepala berat, sakit pada sendi (artralgia), dan sakit pada otot (mialgia). Sejumlah kecil kasus bisa menyebabkan sindrom shock dengue yang mempunyai tingkat kematian tinggi.

Pola hidup yang tidak sehat dan tidak bersih serta cenderung membiarkan sampah menumpuk di mana-mana makin menambah resiko nyamuk *Aedes aegypti* berkembang biak dengan baik. Ditambah lagi, dengan kondisi Indonesia yang beriklim tropis serta dengan curah hujan yang lumayan tinggi menjadikan DBD sebagai salah satu penyakit yang perlu diwaspadai.Oleh sebab itu, untuk mengendalikan penyebaran penyakit DBD ini kita harus membiasakan diri untuk hidup bersih dan sehat, makan makanan bergizi, rutin berolahraga, dan istirahat yang cukup. Selain itu, dalam rangka untuk mencegah perkembangbiakan nyamuk *Aedes aegypti*, telah dilakukan pemberantasan sarang nyamuk (PSN) yaitu dengan menguras bak mandi, menutup wadah yang d apat menampung air, dan mengubur barang-barang bekas yang dapat menjadi sarang perkembangan jentik-jentik nyamuk, serta melakukan *fogging*atau pengasapan, larvasidasi (memberikan atau menaburkan larvasida ke dalam penampungan air), menggunakan ikan (ikan kepala timah, cupang, sepat), dan lain-lain. Di antara kegiatan-kegiatan tersebut, pengendalian dengan menggunakan insektisida atau yang disebut juga *fogging* atau pengasapan adalah yang paling populer karena bekerja lebih efektif dan hasilnya cepat terlihat. Namun hal ini mempunyai dampak negatif antara lain pencemaran lingkungan, kematian predator, resistensi serangga sasaran, dapat membunuh hewan peliharaan, bahkan juga manusia. Oleh sebab itu, v*aksinasi dijadikan metode yang umum digunakan untuk mengendalikan penyebaran penyakit demam berdarah dengue (DBD).Menurut Ramali dan Pamuntjak (2005), vaksin merupakan suspensi bibit penyakit yang hidup tetapi telah dilemahkan atau dimatikan untuk menimbulkan kekebalan aktif terhadap suatu penyakit sehingga dapat mencegah atau mengurangi pengaruh infeksi oleh organism alami.Vaksin* dan tindakan v*aksinasi* diakui sebagai suatu penemuan dan terobosan terbesar bidang kesehatan dari umat manusia pada abad ke 20 ini.Lebih dari 3 juta nyawa telah diselamatkan setiap tahun di seluruh dunia dengan adanya *vaksin*, namun di seluruh dunia masih terdapat sekitar 3 juta kematian pertahun akibat *penyakit infeksi* yang sebenarnya bisa dicegah dengan *vaksin*.

Sampai saat ini, telah terdapat sebanyak 23 jenis vaksin yang dapat kita pergunakan untuk mencegah penyakit infeksi.Penyakit infeksi ini telah banyak menyebabkan kesakitan, cacat fisik dan mental, bahkan kematian bagi mereka yang terjangkit, dan menghambat pembangunan negara karena telah menguras sumber daya manusia dan anggaran belanja negara yang tidak sedikit jumlahnya.

Vaksinasi bertujuan untuk membangkitkan imunitas yang efektif sehingga terbentuk antibodi dan sel-sel memori.Makin sering dilakukan vaksinasi makin banyak jumlah sel memori yang terbentuk. Vaksinasi yang berhasil akan memberikan perlindungan kepada tubuh terhadap serangan infeksi. Hal tersebut tergantung pada beberapa hal, misalnya spesifisitas vaksin, cara memberikan vaksin, vaksin yang dapat membangkitkan respon imun, jenis vaksin, dan lain-lain. Cara penyimpanan bahan vaksin sangat menentukan efektivitas vaksin, terutama vaksin yang hidup. Penelitian relevan juga dilakukan oleh E.N Bano dengan judul Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue Tipe Seir Infeksi Ganda, penelitian lainnya juga dilakukan oleh Duastu dengaan judul Model vaksinasi pediatrik untuk demam berdarah dengue. Sedangkan pada tulisan ini akan dibahas model pengaruh vaksinasi terhadap DBD dengan model Sir.

Berdasarkan paparan di atas, penulis ingin mengangkat tema dengan judul "**Model Matematika Pengaruh Vaksinasi Terhadap Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) Pada Populasi Manusia**." Model ini nantinya diharapkan bisa menjawab permasalahan mengenai penyebaran penyakit demam berdarah jika dipengaruhi oleh pemberian vaksin, apakah dengan adanya pemberian vaksin tersebut akan memberikan pengaruh terhadap penyebaran penyakit demam berdarah (DBD)

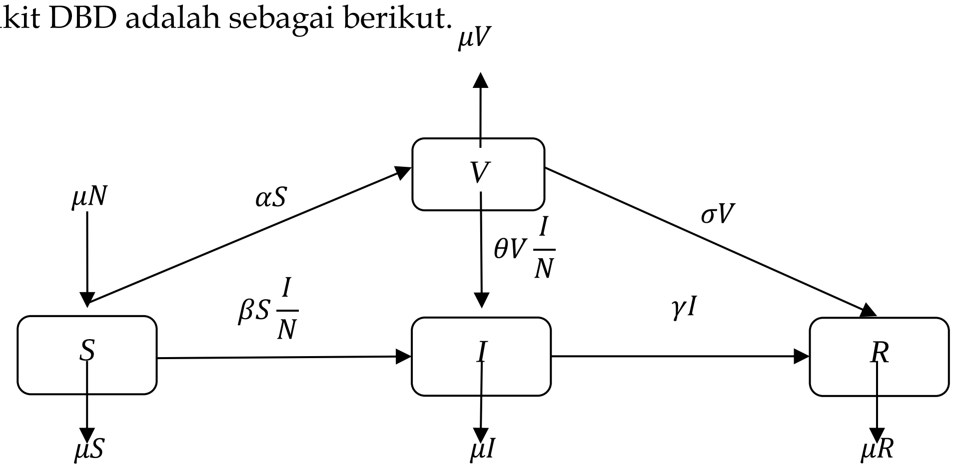
METODOLOGI

Variabel yang digunakan dalam pembentukan model ini adalah$S$ menyatakan individu yang sehat (belum terinfeksi) tapi rentan untuk terinfeksi.V menyatakan individu yang mengalami vaksinasi.I menyatakan individu yang sudah terinfeksi dan dapat menyebarkan penyakit ke individu yang rentan.R menyatakan individu yang telah sembuh dan kebal dari infeksi t menyatakan waktu.

Parameter yang digunakan dalam pembentukan model ini adalahμ menyatakan tingkat kelahiran/tingkat kematian dari populasi manusia.βmenyatakan tingkat penyebaran demam berdarah *dengue* (DBD). γmenyatakan tingkat kesembuhan individu yang telah terinfeksi (peluang perpindahan dari I ke R). αmenyatakan peluang individu yang rentan terinfeksi mengalami vaksinasi. θmenyatakan peluang individu yang mengalami vaksinasi tetapi memiliki kemungkinan terinfeksi. σmenyatakan peluang individu yang mengalami vaksinasi dan memperoleh kekebalan

Asumsi yang digunakan:

1. Individu yang baru lahir dimasukkan ke kelompok yang sehat tapi rentan untuk terinfeksi
2. Tingkat pertumbuhan penduduk konstan artinya tingkat kelahiran penduduk sama dengan tingkat kematiannya. Akibatnya jumlah populasi manusia konstan: $N= S + V + I + R$konstan.Adapun model matematika pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD adalah sebagai berikut.



Berdasarkan skema di atas, pembentukan model pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit demam berdarah adalah sebagai berikut.

1. *Susceptible* (S)

   Laju perubahan jumlah individu yang rentan terinfeksi (S) terhadap waktu dipengaruhi oleh: jumlah atau banyak manusia yang lahir, jumlah individu rentan yang mati, jumlah individu rentan yang terinfeksi (jumlah S yang pindah ke I), dan jumlah individu rentan yang mengalami vaksinasi (jumlah S yang pindah ke V). Sehingga diperoleh persamaan laju jumlah individu yang rentan terinfeksi (S) terhadap waktu sebagai berikut.

$$\boxed{\frac{dS}{dt} = \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \alpha S}$$

2. *Vaccinated* (V)

   Laju perubahan jumlah individu yang mengalami vaksinasiterhadap waktu dipengaruhi oleh: jumlah individu rentanyang mengalami vaksinasi (jumlah S yang pindah ke V), jumlah individu yang mengalami vaksinasi yang mati, jumlah individu rentanyang mengalami vaksinasi tetapi masih mungkin untuk terinfeksi, dan jumlah individu yang mengalami vaksinasi dan memperoleh kekebalan. Sehingga diperoleh persamaan perubahan jumlah individu yang mengalami vaksinasiterhadap waktu sebagai berikut.

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = \alpha S - \mu V - \theta VI - \sigma V}$$

3. *Infected* (I)

   Laju perubahan jumlah individu yang telah terinfeksi terhadap waktu dipengaruhi oleh jumlah individu rentan yang terinfeksi (jumlah S yang pindah ke I), jumlah individu yang mengalami vaksinasi tetapi memiliki kemungkinan terinfeksi, jumlah individu yang telah terinfeksi yang mati (I), dan jumlah individu yang telah sembuh dari infeksi (jumlah I yang pindah ke R). Sehingga diperoleh persamaan laju jumlah individu yang telah terinfeksi terhadap waktu sebagai berikut.

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} + \theta VI - \mu I - \gamma I}$$

4. *Recovered* (R)

   Laju perubahan jumlah individu yang kebal terhadap waktu dipengaruhi oleh: jumlah individu yang sembuh dari infeksi (jumlah I yang pindah ke R), jumlah individu yang mengalami vaksinasi dan memperoleh kekebalan, dan jumlah individu kebal yang mati secara alami. Sehingga diperoleh persamaan laju perubahan jumlah individu yang kebal terhadap waktu sebagai berikut.

$$\boxed{\frac{dR}{dt} = \gamma I + \sigma V - \mu R}$$

Jadi, model matematika pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran DBD pada populasi manusia diperoleh sebagai berikut.

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \alpha S \\
\frac{dV}{dt} &= \alpha S - \mu V - \theta VI - \sigma V \\
\frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} + \theta VI - \mu I - \gamma I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I + \sigma V - \mu R
\end{aligned}\right\} \quad \textbf{(1)}$$

dengan semua parameter bernilai positif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Analisis Model

Untuk menyederhanakan model matematika (1) di atas dilakukan normalisasi, yaitu dengan mendefinisikan variabel-variabel baru yaitu:

$$s = \frac{S}{N}, = \frac{V}{N}, i = \frac{I}{N}, r = \frac{R}{N} \qquad \textbf{(2)}$$

Dengan menggunakan variabel-variabel baru tersebut, persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu - \mu s - \beta si - \alpha s \\
\frac{dv}{dt} &= \alpha s - \mu v - \theta viN - \sigma v \\
\frac{di}{dt} &= \beta si + \theta viN - \mu i - \gamma i \qquad \textbf{(3)} \\
\frac{dr}{dt} &= \gamma i + \sigma v - \mu r
\end{aligned}$$

Dari persamaan (2) diperoleh:

$$s + v + i + r = \frac{S}{N} + \frac{V}{N} + \frac{I}{N} + \frac{R}{N} = 1 \qquad \textbf{(4)}$$

Pada persamaan (3), variabel *r* tidak muncul pada persamaan $\frac{ds}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, dan $\frac{di}{dt}$. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah individu yang sembuh dan kemudian kebal (R) tidak mempengaruhi laju perubahan jumlah S, V, maupun I. Selanjutnya, berdasarkan persamaan (4) diperoleh bahwa:

$$r = 1 - (s + v + i)$$

sehingga penyelesaian untuk penyelesaian untuk *r* dapat diperoleh jika penyelesaian untuk *s, v,* dan *i* sudah diperoleh. Dengan demikian, berdasarkan kondisi tersebut persamaan (3) dapat disederhanakan menjadi:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu - \mu s - \beta si - \alpha s \\
\frac{dv}{dt} &= \alpha s - \mu v - \theta viN - \sigma v \\
\frac{di}{dt} &= \beta si + \theta viN - \mu i - \gamma i
\end{aligned}\right\} \textbf{(5)}$$

2. Penentuan Titik Tetap

Analisis titik tetap pada sistem persamaan diferensial sering digunakan untuk menentukan suatu solusi yang tidak berubah terhadap waktu (solusi konstan). Titik tetap dari persamaan (5) akan diperoleh dengan menentukan $\frac{ds}{dt} = 0$, $\frac{dv}{dt} = 0$, dan $\frac{di}{dt} = 0$.

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu - \mu s - \beta si - \alpha s = 0 \\
\frac{dv}{dt} &= \alpha s - \mu v - \theta viN - \sigma v = 0 \\
\frac{di}{dt} &= \beta si + \theta viN - \mu i - \gamma i = 0
\end{aligned}\right\} \textbf{(6)}$$

Dengan menyelesaikan persamaan diatas secara bersamaan maka akan diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik.

1. Titik tetap bebas penyakit $E_0 = (s_0, v_0, i_0)$
   Pada keadaan bebas penyakit, titik $i_0 = 0$. Substitusikan titik E_0 dengan $i_0 = 0$ ke persamaan (6) sehingga diperoleh, $\boldsymbol{E_0} = \left(\frac{\mu}{\mu+\alpha}, \frac{\alpha\mu}{(\mu+\alpha)(\mu+\sigma)}, \mathbf{0}\right)$
2. Titik tetap endemik $E_e = (s_e, v_e, i_e)$
   Setelah dimanipulasi diperoleh $\boldsymbol{E_e} = (\boldsymbol{s_e}, \boldsymbol{v_e}, \boldsymbol{i_e}) = \left(\frac{\mu}{\mu+\beta i_e+\alpha}, \frac{\alpha\mu}{(\mu+\beta i_e+\alpha)(\mu+\theta i_e N+\sigma)}, \boldsymbol{i_e}\right)$

3. Analisis Kestabilan

Misalkan persamaan (5) dinotasikan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{f(s,v,i) = \mu - \mu s - \beta si - \alpha s}$$
$$\boldsymbol{g(s,v,i) = \alpha s - \mu v - \theta viN - \sigma v}$$
$$\boldsymbol{h(s,v,i) = \beta si + \theta viN - \mu i - \gamma i}$$

Dengan melakukan pelinearan persamaan-persamaan di atas akan diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut.

$$J(s,v,i) = \begin{bmatrix} -\mu - \beta i - \alpha & 0 & -\beta s \\ \alpha & -\mu - \theta iN - \sigma & -\theta vN \\ \beta i & \theta iN & \beta s + \theta vN - \mu - \gamma \end{bmatrix}$$

4. Kestabilan Titik Tetap Bebas Penyakit

Pelinearan pada titik tetap *E₀*akan menghasilkan matriks Jacobi sebagai berikut.

$$J(E_0) = J(s_0, v_0, i_0)$$
$$= \begin{bmatrix} -\mu - \alpha & 0 & -\beta s \\ \alpha & -\mu - \sigma & -\theta vN \\ 0 & 0 & \beta s + \theta vN - \mu - \gamma \end{bmatrix}$$

sehingga akan diperoleh nilai eigen dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $det(J(E_0) - \lambda I) = 0$. Setelah dimanipulasi diperoleh

$\lambda_1 = -(\mu + \alpha)$
$\lambda_2 = -(\mu + \sigma)$

Karena diketahui semua parameter bernilai positif maka $\lambda_1 < 0$dan $\lambda_2 < 0$.

$\lambda_3 = \beta s + \theta vN - \mu - \gamma$

Titik tetap bebas penyakit akan stabil asimtotis jika dan hanya jika semua nilai eigennya bernilai negatif. Oleh karena λ_1 dan λ_2 sudah bernilai negatif, maka untuk membuktikan titik tetap bebas penyakit stabil asimtotik cukup dengan membuktikan $\lambda_3 < 0$.

Jika $\lambda_3 < 0$ maka $\beta s + \theta vN - \mu - \gamma < 0$

$$\beta s + \theta vN < \mu + \gamma$$

$$\frac{\beta s + \theta vN}{\mu + \gamma} < \frac{\mu + \gamma}{\mu + \gamma}$$

$$\underbrace{\frac{\beta s + \theta v N}{\mu + \gamma}}_{R_0} < 1$$

$$\boldsymbol{R_0 = \frac{\beta s + \theta v N}{\mu + \gamma}}$$

dimanaR_0 merupakan bilangan reproduksi dasar yaitu rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi.Jika bilangan reproduksi dasar (*R₀*) didekati dengan titik tetap bebas penyakit (*E₀*) maka *R₀*dapat diekspresikan sebagai:

$$R_0 = \boldsymbol{R_0 = \frac{\beta\mu(\mu + \sigma) + \theta\alpha\mu N}{(\mu + \gamma)(\mu + \alpha)(\mu + \sigma)}}$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa:

1. Titik tetap bebas penyakit (E_0) adalah stabil asimtotik jika $R_0 < 1$.
2. Titik tetap bebas penyakit (E_0) tidak stabil asimtotik jika $R_0 > 1$.

5. Interpretasi Model

Berdasarkan pembahasan di atas, penyebaran demam berdarah dengue (DBD) pada populasi manusia dipengaruhi oleh bilangan reproduksi awal (R_0).Jika $R_0 < 1$, titik tetap bebas penyakit E_0 akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit tidak akan menyebar dalam populasi atau dengan kata lain pada akhirnya penyakit akan hilang dari populasi untuk waktu yang lama. Jika $R_{,0} > 1$, titik tetap endemik E_e akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit akan tetap ada dan menyebar dalam populasi.

Tabel 1 Kondisi Kestabilan Titik Tetap

Kondisi	$\boldsymbol{E_0}$	$\boldsymbol{E_e}$
$R_0 < 1$	Stabil asimtotik	Tidak ada
$R_0 > 1$	Tidak stabil	Stabil asimtotik

6. Pengujian Model

Misalkan diberikan nilai parameter sebagai berikut.

$\mu = 0{,}2$
$\beta = 0{,}5$
$\theta = 0{,}3$
$\sigma = 0{,}7$
$\gamma = 0{,}06$

Jika $\alpha = 1$ artinya 100% populasi rentan yang divaksinasi maka:

$$R_0 = \frac{\beta\mu(\mu + \sigma) + \theta\alpha\mu N}{(\mu + \gamma)(\mu + \alpha)(\mu + \sigma)}$$
$$= \frac{[0{,}5 \times 0{,}2 \times (0{,}2 + 0{,}7)] + [0{,}3 \times 1 \times 0{,}2 \times 1]}{(0{,}2 + 0{,}06)(0{,}2 + 1)(0{,}2 + 0{,}7)} = 0{,}534188$$

Jika $\alpha = 0{,}8$ artinya 80% populasi rentan yang divaksinasi maka:

$$R_0 = \frac{[0{,}5 \times 0{,}2 \times (0{,}2 + 0{,}7)] + [0{,}3 \times 0{,}8 \times 0{,}2 \times 1]}{(0{,}2 + 0{,}06)(0{,}2 + 0{,}8)(0{,}2 + 0{,}7)} = 0{,}589744$$

Jika $\alpha = 0{,}4$ artinya 40% populasi rentan yang divaksinasi maka:

$$R_0 = \frac{[0{,}5 \times 0{,}2 \times (0{,}2 + 0{,}7)] + [0{,}3 \times 0{,}4 \times 0{,}2 \times 1]}{(0{,}2 + 0{,}06)(0{,}2 + 0{,}4)(0{,}2 + 0{,}7)} = 0{,}811966$$

Jika $\alpha = 0{,}1$ artinya 10% populasi rentan yang divaksinasi maka:

$$R_0 = \frac{[0{,}5 \times 0{,}2 \times (0{,}2 + 0{,}7)] + [0{,}3 \times 0{,}1 \times 0{,}2 \times 1]}{(0{,}2 + 0{,}06)(0{,}2 + 0{,}1)(0{,}2 + 0{,}7)} = 1{,}367521$$

Perhitungan di atas menunjukkan bahwa semakin besar peluang individu yang rentan mengalami vaksinasi (dengan kata lain semakin banyak individu yang divaksinasi) maka bilangan reproduksi dasar R_0akan semakin kecil. Hal ini menunjukkan bahwa bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat diperkecil dengan menaikkan peluang individu rentan yang mengalami proses vaksinasi (α) yang berarti jumlah individu yang divaksinasi ditingkatkan.

SIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari pembahan yang telah dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Model matematika pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD pada populasi manusia dapat diekspresikan sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \alpha S$$
$$\frac{dV}{dt} = \alpha S - \mu V - \theta VI - \sigma V$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} + \theta VI - \mu I - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \sigma V - \mu R$$

dengan semua parameter bernilai positif.

2. Model tersebut mempunyai dua titik keseimbangan yaitu:

a. Titik keseimbangan bebas penyakit $E_0 = \left(\frac{\mu}{\mu+\alpha}, \frac{\alpha\mu}{(\mu+\alpha)(\mu+\sigma)}, 0\right)$

b. Titik keseimbangan endemik

$$E_e = (s_e, v_e, i_e) = \left(\frac{\mu}{\mu + \beta i_e + \alpha}, \frac{\alpha\mu}{(\mu + \beta i_e + \alpha)(\mu + \theta i_e N + \sigma)}, i_e\right)$$

dengani_e adalah akar-akar positif dari $g(i_e) = A{i_e}^2 + Bi_e + C$ dengan $i_{e_{1,2}} = \frac{-B \pm \sqrt{4AC}}{2A}$ dimana:

$A = (\mu + \gamma)\, \beta\theta N$
$B = (\mu + \gamma)(\mu\theta N + \mu\beta + \beta\sigma + \alpha\theta N) - \beta\theta\mu N$

$C = (\mu + \gamma)(\mu + \alpha)(\mu + \sigma) - \beta\mu(\mu + \sigma) - \theta\alpha\mu N$

3. Pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD sepenuhnya ditentukan oleh bilangan reproduksi dasar (R_0).

$$R_0 = \frac{\beta\mu(\mu + \sigma) + \theta\alpha\mu N}{(\mu + \gamma)(\mu + \alpha)(\mu + \sigma)}$$

Ketika $R_0 < 1$, titik tetap bebas penyakit E_0 akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit tidak akan menyebar dalam populasi atau dengan kata lain pada akhirnya penyakit akan hilang dari populasi dalam waktu yang lama. Ketika $R_0 > 1$, titik tetap endemik E_e akan stabil asimtotik yang berarti bahwa penyakit akan tetap ada dan menyebar dalam populasi. Agar penyakit demam berdarah dengue (DBD) dapat dicegah atau dihilangkan dalam waktu yang lama maka kita perlu memperkecil bilangan reprduksi dasar yaitu dengan memperbesar peluang individu rentan yang mengalami vaksinasi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, Howard. 1998. *Aljabar Linear Elementer.* Jakarta: Erlangga.

[2] Cahyani, N.M., *Analisis Model Matematika Pada Pengaruh Sistem Imun terhadap Infeksi Virus HIV,* Skripsi Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Tanjungpura, Pontianak.

[3] Iswanto, Ripno Juli. 2012. *Pemodelan Matematika*. Yoyakarta: Graha Ilmu.

[4] Keri Lestari. (2007). "Epidemiologi dan Pencegahan Demam Berdarah Dengue di Indonesia. "*Jurnal Farmaka* (Nomor 3 Volume 5). Hlm 12-29.

[5] Mandal, dkk. 2006. *Penyakit Infeksi*. Jakarta: Erlangga.

[6] Nugroho S., *Pengaruh Vaksinasi Terhadap Penyebaran Penyakit Dengan Model Endemi SIR*, Skripsi Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sebelas Maret, 2009.

[7] Rahmalia D., *Pemodelan Matematika dan Analisis Stabilitas Dari Penyebaran Penyakit Flu Burung,* Jurnal.

[8] Ross, Shepley L. 1989. *Introduction To Ordinary Differential Equations*. USA: University of New Hampshire.

[9] Tonnas, M., *Strategi Vaksinasi Kontinu Pada Model Epidemik SVIR,* Tesis Institut Pertanian Bogor, 2011.

[10] Widoyono. 2005. *Penyakit Tropis: Epidemiologi, Penularan, Pencegahan, dan Pemberantasannya.* Jakarta: Erlangga.

[11] Yatim, Faisal. 2007. *Macam-macam Penyakit Menular dan Cara Pencegahannya Jilid 2.* Jakarta: Pustaka Obor popular.

[12] Bano, dkk. 2017. Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue Tipe SEIR Infeksi Ganda. Journal Mathematics and Its Applications. Volume 16 No 2 (2017).

[13] Yenrico, Duastu. 2017. Model Vaksinasi Pediatrik Untuk Demam Berdarah Dengue. Skripsi UNRI