Volume 2 Issue 1 (2022) Pages 41-50 P-ISSN:2798-2696 E-ISSIN:2798-0057

JOSTECH

Journal of Science and Technology

Website: https://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/jostech Email: jostech@uinib.ac.id

f-Derivasi di BN_1-Aljabar

Rosa Gusmira Yanti ✉1, Hanif Handayani2, Elsi Fitria3
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Muhammadiyah Sumatera Barat, Indonesia[1]
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau, Indonesia[2,3]
email: rosagusmirayanti@gmail.com[1] , handahanif@gmail.com[2] , elsifitria823@gmail.com[3]

Received 01 Februari 2022, Accepted 24 Februari 2022, Published 31 Maret 2022

Abstrak

Pada artikel ini, didefinisikan jenis lain dari derivasi di BN_1-aljabar yang melibatkan suatu endomorfisma dari BN_1-aljabar, yaitu mendefinisikan konsep *left-right* f-derivasi dan *right-left* f-derivasi (disingkat (l,r)-f-derivasi dan (r,l)-f-derivasi) di BN_1-aljabar. Berdasarkan pendefinisian tersebut dikonstruksi sifat-sifat f-derivasi di BN_1-aljabar, kemudian terdapat satu sifat yang sama, yaitu jika d_f adalah (l, r)-f-derivasi atau (r, l)-f-derivasi di X, maka d_f adalah f-derivasi di X. Selanjutnya, juga dibahas sifat-sifat f-derivasi *regular* di BN_1-aljabar.

Kata Kunci: (l,r)-f-*derivasi;* (r,l)-f-*derivasi;* f-*derivasi*; BN_1-*aljabar*.

Abstract

In this paper, another type of derivation in BN_1-algebra is defined, which involves an endomorphism of BN_1-algebra, namely defining the concepts of left-right f-derivation and right-left f-derivation (briefly (l,r)-f-derivation and (r,l)-f-derivation) in BN_1-algebras. Based on this definition, some properties of f-derivation in BN_1-algebras are constructed, then there is one common property, which is if d_f is a (l, r)-f-derivation or a (r, l)-f-derivation of X, then d_f is a f-derivation of X. Furthermore, some properties of a regular f-derivation in BN_1-algebras are constructed.

Keywords: (l,r)-f-*derivation;* (r,l)-f-*derivation;* f-*derivation*; BN_1-*algebra*.

✉ Corresponding author

PENDAHULUAN

Neggers dan Kim dalam[1] memperkenalkan konsep B-aljabar, yaitu suatu himpunan tak kosong X dengan operasi biner “$*$” dan konstanta 0 yang dinotasikan dengan $(X;*,0)$, serta memenuhi aksioma $(B1)$ $x*x=0$, $(B2)$ $x*0=x$, dan $(B3)$ $(x*y)*z=x*(z*(0*y))$ untuk setiap $x,y,z\in X$. Kim dan Park [2] memperkenalkan bentuk khusus dari B-aljabar, yaitu B-aljabar 0-komutatif. Kemudian, Walendziak[3] mengkonstruksi generalisasi dari B-aljabar yang dinamakan BF-aljabar, yang memenuhi aksioma $(B1)$, $(B2)$, dan (BF) $0*(x*y)=y*x$ untuk setiap $x,y\in X$. Selanjutnya, Kim [4] membahas suatu bentuk khusus dari BF-aljabar yang dinamakan BN-aljabar, yaitu suatu aljabar $(X;*,0)$ yang memenuhi aksioma $(B1)$, $(B2)$, dan

(BN) $(x * y) * z = (0 * z) * (y * x)$ untuk setiap $x, y, z \in X$. Kim [4] juga menyatakan bahwa suatu aljabar $(X; *, 0)$ dikatakan 0-komutatif jika memenuhi $x * (0 * y) = y * (0 * x)$ untuk setiap $x, y \in X$. Adapun hubungan antara BF-aljabar dan BN-aljabar adalah setiap BN-aljabar merupakan BF-aljabar, namun belum tentu berlaku sebaliknya, dan setiap BF-aljabar 0-komutatif adalah BN-aljabar. Dapat dikatakan bahwa BF-aljabar 0-komutatif ekuivalen dengan BN-aljabar. Suatu bentuk khusus dari BN-aljabar adalah BN_1-aljabar [5], yaitu suatu BN-aljabar $(X; *, 0)$ yang memenuhi $x = (x * y) * y$ untuk setiap $x, y \in X$. Jadi, dapat disimpulkan bahwa BN_1-aljabar $\subset$ BN-aljabar $\subset$ BF-aljabar.

Konsep derivasi pertama kali dibahas dalam kajian ring dan *near* ring [6]. Namun, seiring perkembangan aljabar abstrak, konsep derivasi telah dibahas dalam struktur aljabar lainnya. Soleimani dan Jahangiri [7] telah membahas konsep t-derivasi di B-aljabar. Kemudian, konsep tersebut dikembangkan oleh Muangkarn et al.[8] dalam artikelnya yang berjudul "f_q-derivations of B-algebras". Konsep f_q-derivasi juga dibahas oleh Gemawati et al. [9]pada aljabar yang berbeda, yaitu f_q-derivasi di BN_1-aljabar. Jenis derivasi lainnya adalah f-derivasi yang telah dibahas di BCI-aljabar oleh Zhan dan Liu [10] dan di BP-aljabar oleh Kandaraj dan Devi [6]. Hasil yang diperoleh adalah mendefinisikan (l, r)-f-derivasi, (r,l)-f-derivasi, *regular*, dan juga diperoleh sifat-sifat f-derivasi. Selanjutnya, Ardekani dan Davvaz [11] memperkenalkan pengembangan konsep f-derivasi tersebut, sehingga diperoleh konsep (f, g)-derivasi di MV-aljabar. Penelitian tersebut melibatkan dua endomorfisma f dan g di MV-aljabar.

Pada artikel ini, didefinisikan konsep f-derivasi di BN_1-aljabar dengan mendefinisikan (l, r)-f-derivasi dan (r,l)-f-derivasi di BN_1-aljabar. Kemudian, berdasarkan konsep tersebut diperoleh sifat-sifat f-derivasi dan sifat-sifat f-derivasi yang *regular* di BN_1-aljabar.

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini, diberikan beberapa definisi yang diperlukan untuk mengkonstruksi hasil utama dari penelitian. Dimulai dengan definisi dan teori tentang B-aljabar, BF-aljabar, BN-aljabar, dan BN_1-aljabar. Kemudian, diberikan konsep derivasi di BN-aljabar dan f-derivasi di BP-aljabar yang semua konsep tersebut telah dibahas dalam [1], [4], [3], [5], [12].

Definisi 2.1. [1]B-aljabar adalah suatu himpunan tak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner "$*$" yang memenuhi aksioma berikut:

$(B1)$ $x * x = 0$,

$(B2)$ $x * 0 = x$,

$(B3)$ $(x * y) * z = x * (z * (0 * y))$, untuk setiap $x, y, z \in X$.

Lema 2.2. [1] Jika $(X; *, 0)$ suatu B-aljabar, maka

(i) $0 * (0 * x) = x$,

(ii) $(x * y) * (0 * y) = x$,

(iii) $y * z = y * (0 * (0 * z))$,

(iv) $x * (y * z) = (x * (0 * z)) * y$,

(v) Jika $x * z = y * z$, maka $x = y$,

(vi) Jika $x * y = 0$, maka $x = y$,

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Lema 2.2 telah diberikan pada[1].

Definisi 2.3. [4] Suatu aljabar $(X; *, 0)$ dikatakan 0-komutatif jika memenuhi $x * (0 * y) = y * (0 * x)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Contoh 1. Misalkan $X = \{0, 1, 2\}$ suatu himpunan yang didefinisikan pada Tabel 2.1.

Tabel 1: Tabel Cayley untuk $(X; *, 0)$

*	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Berdasarkan Tabel 1 dapat dibuktikan bahwa $(X; *, 0)$ adalah B-aljabar 0-komutatif.

Definisi 2.4. [3]BF-aljabar adalah suatu himpunan tak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner "$*$" sehingga untuk setiap $x, y \in X$ berlaku aksioma berikut:

$(B1)$ $x * x = 0$,

$(B2)$ $x * 0 = 0$,

(BF) $0 * (x * y) = y * x$.

Teorema 2.5. [3]Misalkan $(X; *, 0)$ adalah BF-aljabar, maka

(i) $0 * (0 * x) = x$,

(ii) Jika $0 * x = 0 * y$, maka $x = y$,

(iii) Jika $x * y = 0$, maka $y * x = 0$,

(iv) Jika $x * y = 0$, maka $x = y$,

(v) Jika $x * y = z * y$, maka $x = z$,

(vi) Jika $y * x = y * z$, maka $x = z$,

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.5 telah diberikan pada [11] .

Teorema 2.6. [3]Jika $(X; *, 0)$ adalah B-aljabar, maka $(X; *, 0)$ adalah BF-aljabar.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.6 telah diberikan pada [2].

Teorema 2.7. [3]Misalkan $(X; *, 0)$ adalah BF-aljabar yang memenuhi $(x * z) * (y * z) = x * y$ untuk setiap $x, y, z \in X$, maka $(X; *, 0)$ adalah B-aljabar.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.7 telah diberikan pada[3].

Definisi 2.8. [4] BN-aljabar adalah suatu himpunan tak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner "$*$" sehingga untuk setiap $x, y, z \in X$ berlaku aksioma berikut:

$(B1)$ $x * x = 0$,

$(B2)$ $x * 0 = 0$,

(BN) $(x * y) * z = (0 * z) * (y * x)$.

Teorema 2.9. [4] Misalkan $(X; *, 0)$ adalah BN-aljabar, maka

(i) $0 * (0 * x) = x$,

(ii) $y * x = (0 * x) * (0 * y)$,

(iii) $(0 * x) * y = (0 * y) * x$,

(iv) Jika $x * y = 0$, maka $y * x = 0$,

(v) Jika $0 * x = 0 * y$, maka $x = y$,

(vi) $(x * z) * (y * z) = (z * y) * (z * x)$.

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.9 telah diberikan pada[4].

Teorema 2.10. [4] Jika $(X; *, 0)$ adalah BN-aljabar, maka $(X; *, 0)$ adalah BF-aljabar.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.10 telah diberikan pada [4].

Teorema 2.11. [4] $(X; *, 0)$ adalah BF-aljabar 0-komutatif jika dan hanya jika $(X; *, 0)$ adalah BN-aljabar.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.11 telah diberikan pada[4].

Definisi 2.12. [5] *BN*-aljabar $(X; *, 0)$ yang memenuhi $x = (x * y) * y$ untuk setiap $x, y \in X$ dikatakan BN_1-aljabar.

Teorema 2.13. [5]Misalkan $(X; *, 0)$ adalah BN_1-aljabar, maka

(i) $0 * x = x$,

(ii) $x = (x * y) * (0 * y)$,

(iii) $x * y = y * x$,

(iv) $x = y * (y * x)$,

(v) Jika $x * y = 0$, maka $x = y$,

(vi) Jika $x * y = y$, maka $x = 0$,

(vii) Jika $x * y = x$, maka $y = 0$,

(viii) Jika $x * y = x * z$, maka $y = z$,

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Bukti. Pembuktian Teorema 2.13 telah diberikan pada[5].

Konsep derivasi di *BN*-aljabar telah dibahas dalam [9]. Misalkan $(X; *, 0)$ suatu *BN*-aljabar, maka didefinisikan $x \wedge y = y * (y * x)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Definisi 2.14. [9] Misalkan $(X; *, 0)$ adalah *BN*-aljabar. Suatu pemetaan d dari X ke dirinya sendiri disebut $(l,)$-derivasi di X jika memenuhi

$$d(x * y) = (d(x) * y) \wedge (x * d(y))$$

untuk setiap $x,y \in X$ dan disebut (r,l)-derivasi di X jika memenuhi

$$d(x * y) = (x * d(y)) \wedge (d(x) * y).$$

Pemetaan d disebut derivasi di X jika d merupakan (l,r)-derivasi sekaligus (r,l)-derivasi di X.

Definisi 2.15. [9] Misalkan $(X; *, 0)$ suatu *BN*-aljabar. Pemetaan d dari X ke dirinya sendiri dikatakan *regular* jika memenuhi $d(0) = 0$.

Definisi 2.16. [1] Misalkan $(X; *, 0)$ suatu *BP*-aljabar. Suatu pemetaan d_f dari X ke dirinya sendiri dengan f adalah endomorfisma dari X disebut (l,r)-f-derivasi di X jika memenuhi

$$d_f(x * y) = (d_f(x) * f(y)) \wedge (f(x) * d_f(y))$$

untuk setiap $x,y \in X$ dan disebut (r,l)-f-derivasi di X jika memenuhi

$$d_f(x * y) = (f(x) * d_f(y)) \wedge (d_f(x) * f(y))$$

Pemetaan d_f disebut *f*-derivasi di X jika d_f merupakan (l,r)-*f*-derivasi sekaligus (r,l)-*f*-derivasi di X.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini adalah mendefinisikan (l,r)-*f*-derivasi, (r,l)-*f*-derivasi, dan *f*-derivasi di BN_1-aljabar. Kemudian, dikonstruksi sifat-sifatnya.

Untuk suatu BN_1-aljabar $(X;*,0)$ didefinisikan suatu operasi biner $\wedge$ sebagai $x \wedge y = y * (y * x)$, untuk setiap $x, y \in X$. Suatu pemetaan f disebut endomorfisma dari X jika memenuhi $f(x * y) = f(x) * f(y)$, untuk setiap $x, y \in X$. Pada BN_1-aljabar, dengan menggunakan aksioma *B1* diperoleh $f(0) = f(0 * 0) = f(0) * f(0) = 0$.

Definisi 3.1. Misalkan $(X;*,0)$ suatu BN_1-aljabar dan $d_f: X \longrightarrow X$ adalah pemetaan dari X ke dirinya sendiri. Pemetaan d_f adalah (l, r)-*f*-derivasi di X jika untuk setiap $x, y \in X$ memenuhi

$$d_f(x * y) = (d_f(x) * f(y)) \wedge (f(x) * d_f(y))$$

dengan f adalah suatu endomorfisma dari X. d_f dikatakan (r,l)-*f*-derivasi di X jika memenuhi

$$d_f(x * y) = (f(x) * d_f(y)) \wedge (d_f(x) * f(y))$$

dan jika d_f adalah (l,r)-*f*-derivasi sekaligus (r,l)-*f*-derivasi maka d_f disebut *f*-derivasi di X.

Contoh 2. Diberikan $(\mathbb{Z}; -, 0)$ dengan "$-$" adalah operasi pengurangan pada himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$, maka dapat ditunjukkan bahwa $\mathbb{Z}$ adalah BN_1-aljabar. Didefinisikan suatu pemetaan d_f yaitu $d_f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dengan $d_f(x) = f(x) - 1$ untuk setiap $x \in \mathbb{Z}$ dan f adalah endomorfisma di $\mathbb{Z}$. Akan diselidiki apakah d_f merupakan (l, r)-*f*-derivasi di $\mathbb{Z}$, untuk setiap $x, y \in \mathbb{Z}$ diperoleh

$$d_f(x - y) = f(x - y) - 1 = f(x) - f(y) - 1, \text{ dan}$$

$$\begin{aligned} d_f(x - y) &= (d_f(x) - f(y)) \wedge (f(x) - d_f(y)) \\ &= (f(x) - 1 - f(y)) \wedge (f(x) - (f(y) - 1)) \\ &= (f(x) - f(y) - 1) \wedge (f(x) - (f(y) - 1)) \\ &= f(x) - f(y) - 1. \end{aligned}$$

Dengan demikian, terbuki bahwa d_f adalah (l, r)-*f*-derivasi di $\mathbb{Z}$. Selanjutnya, dari definisi (r,l)-*f*-derivasi diperoleh:

$$\left(f(x) - d_f(y)\right) \wedge \left(d_f(x) - f(y)\right) = (f(x) - (f(y) - 1)) \wedge (f(x) - 1 - f(y))$$

$$= (f(x) - f(y) + 1) \wedge (f(x) - f(y) - 1)$$
$$= (f(x) - f(y) - 1) - ((f(x) - f(y) - 1) - (f(x) - f(y) + 1))$$
$$= (f(x) - f(y) - 1) - (-2)$$
$$= f(x) - f(y) + 1$$
$$\neq d_f(x - y)$$

Pernyataan ini menunjukkan bahwa d_f bukan (*r,l*)-*f*-derivasi di $\mathbb{Z}$.

Contoh 3. Diberikan $X = \{0, a, b\}$ suatu himpunan dengan tabel *Cayley* berikut:

Tabel 2: Tabel *Cayley* untuk $(X; *, 0)$

$*$	0	a	b
0	0	b	a
a	a	0	b
b	b	a	0

Dari Tabel 2 dapat dibuktikan bahwa X adalah BN_1-aljabar. Didefinisikan pemetaan $d_f, f : X \to X$ dengan

$$d(x) = f(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x = 0, \\ b & jika\ x = a, \\ a & jika\ x = b. \end{cases}$$

Maka f adalah endomorfisma dari X dan dapat dibuktikan d_f adalah (*l, r*)-*f*-derivasi dan juga (*r, l*)-*f*-derivasi di X, sehingga d_f adalah *f*-derivasi di X.

Berikut ini diberikan sifat-sifat (*l, r*)-*f*-derivasi dan juga (*r, l*)-*f*-derivasi di BN_1-aljabar.

Lema 3.2. Misalkan $(X; *, 0)$ suatu BN_1-aljabar dan d_f adalah pemetaan dari X ke dirinya sendiri dengan f adalah suatu endomorfisma dari X. Jika d_f adalah (*l, r*)-*f*-derivasi di X, maka

i. $d_f(x * y) = d_f(x) * f(y)$ untuk setiap $x, y \in X$,
ii. $d_f(0) = d_f(x) * f(x)$ untuk setiap $x \in X$.

Bukti. Misalkan X suatu BN_1-aljabar dan d_f adalah (*l, r*)-*f*-derivasi di X.

i. Dari Teorema 2.13 (iv), untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh

$$d_f(x * y) = [d_f(x) * f(y)] \wedge [f(x) * d_f(y)]$$
$$= [f(x) * d_f(y)] * [(f(x) * d_f(y)) * (d_f(x) * f(y))]$$
$$d_f(x * y) = d_f(x) * f(y).$$

ii. Berdasarkan (i) dan Aksioma *B1*, untuk setiap $x \in X$ diperoleh

$$d_f(0) = d_f(x * x)$$
$$d_f(0) = d_f(x) * f(x).$$

Lema 3.3. Misalkan $(X;*,0)$ suatu *BN1*-aljabar dan d_f adalah pemetaan dari X ke dirinya sendiri dengan f adalah suatu endomorfisma dari *X*. Jika d_f adalah (*r, l*)-*f*-derivasi di *X*, maka

i. $d_f(x * y) = f(x) * d_f(y)$ untuk setiap $x, y \in X$,
ii. $d_f(0) = f(x) * d_f(x)$ untuk setiap $x \in X$.

Bukti. Misalkan *X* suatu *BN1*-aljabar dan d_f adalah (*r, l*)-*f*-derivasi di *X*.

i. Dari Teorema 2.13 (iv), untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh
$$d_f(x * y) = [f(x) * d_f(y)] \wedge [d_f(x) * f(y)]$$
$$= [d_f(x) * f(y)] * [(d_f(x) * f(y)) * (f(x) * d_f(y))]$$
$$d_f(x * y) = f(x) * d_f(y).$$
ii. Berdasarkan (i) dan Aksioma *B1*, untuk setiap $x \in X$ diperoleh
$$d_f(0) = d_f(x * x)$$
$$d_f(0) = f(x) * d_f(x).$$

Teorema 3.4. Misalkan $(X;*,0)$ suatu *BN1*-aljabar dan d_f adalah (*l, r*)-*f*-derivasi di *X*.

i. Jika $d_f = f$, maka d_f *regular*.
ii. Jika d_f *regular*, maka $d_f = f$.
iii. d_f *regular* jika dan hanya jika $d_f = f$.

Bukti. Misalkan *X* suatu *BN1*-aljabar dan d_f adalah (*l, r*)-*f*-derivasi di *X*.

i. Karena $d_f = f$, maka dari Lema 3.2 (i) dan Aksioma *B1*, untuk setiap $x \in X$ diperoleh
$$d_f(0) = d_f(x * x)$$
$$= d_f(x) * f(x)$$
$$= f(x) * f(x)$$
$$d_f(0) = 0.$$
Jadi, terbukti bahwa d_f *regular*.
ii. Karena d_f *regular*, maka dari Lema 3.2 (i), Aksioma *B1,* dan Teorema 2.13 (i) dan (iii), untuk setiap $x \in X$ diperoleh
$$d_f(x) = d_f(x * 0)$$
$$= d_f(0 * x)$$
$$= d_f(0) * f(x)$$
$$= 0 * f(x)$$
$$d_f(x) = f(x).$$
iii. Telah terbukti berdasarkan (i) dan (ii).

Teorema 3.5. Misalkan $(X;*,0)$ suatu *BN1*-aljabar dan d_f adalah (*r, l*)-*f*-derivasi di *X*.

i. Jika $d_f = f$, maka d_f *regular*.

ii. Jika d_f *regular*, maka $d_f = f$.
iii. d_f *regular* jika dan hanya jika $d_f = f$.

Bukti. Misalkan X suatu *BN_1*-aljabar dan d_f adalah (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X.

i. Karena $d_f = f$, maka dari Lema 3.3 (i) dan Aksioma *B1*, untuk setiap $x \in X$ diperoleh
$$\begin{aligned} d_f(0) &= d_f(x * x) \\ &= f(x) * d_f(x) \\ &= f(x) * f(x) \\ d_f(0) &= 0. \end{aligned}$$
Jadi, terbukti bahwa d_f *regular*.

ii. Karena d_f *regular*, maka dari Lema 3.3 (i), Aksioma *B1*, dan Teorema 2.13 (i) dan (iii), untuk setiap $x \in X$ diperoleh
$$\begin{aligned} d_f(x) &= d_f(x * 0) \\ &= d_f(0 * x) \\ &= f(x) * d_f(0) \\ &= f(x) * 0 \\ d_f(x) &= f(x). \end{aligned}$$

iii. Telah terbukti berdasarkan (i) dan (ii).

Teorema 3.6. Misalkan $(X;*,0)$ suatu *BN_1*-aljabar.

i. Jika d_f adalah (*l*, *r*)-*f*-derivasi di X, maka d_f adalah (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X.
ii. Jika d_f adalah (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X, maka d_f adalah (*l*, *r*)-*f*-derivasi di X.
iii. Jika d_f adalah (*l*, *r*)-*f*-derivasi atau (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X, maka d_f adalah *f*-derivasi di X.

Bukti. Misalkan X suatu *BN_1*-aljabar.

(i) Misalkan d_f adalah (*l*, *r*)-*f*-derivasi di X, maka dari Teorema 2.13 (iii) untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh
$$\begin{aligned} d_f(x * y) &= d_f(y * x) \\ &= \left[d_f(y) * f(x)\right] \wedge [f(y) * d_f(x)] \\ d_f(x * y) &= \left[f(x) * d_f(y)\right] \wedge \left[d_f(x) * f(y)\right]. \end{aligned}$$
Jadi, terbukti bahwa d_f adalah (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X.

(ii) Misalkan d_f adalah (*r*, *l*)-*f*-derivasi di X, maka dari Teorema 2.13 (iii) untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh
$$\begin{aligned} d_f(x * y) &= d_f(y * x) \\ &= [f(y) * d_f(x)] \wedge \left[d_f(y) * f(x)\right] \\ d_f(x * y) &= \left[d_f(x) * f(y)\right] \wedge \left[f(x) * d_f(y)\right]. \end{aligned}$$
Jadi, terbukti bahwa d_f adalah (*l*, *r*)-*f*-derivasi di X.

(iii) Terbukti dari (i) dan (ii).

DAFTAR PUSTAKA

[1] J. Neggers and K. Sik, "On B-algebras," *Mat. Vesn.*, vol. 54, no. 1–2, pp. 21–29, 2002.

[2] C. B. Kim and H. S. Kim, "On BM-algebras," *Sci. Math. Jpn.*, vol. 63, no. 3, pp. 421–428, 2006.

[3] A. Walendziak, "On BF-algebras," *Math. Slovaca*, vol. 57, pp. 119–128, 2007.

[4] C. B. Kim and H. S. Kim, "On BN-algebras," *Kyungpook Math*, vol. 53, pp. 175–184, 2013.

[5] A. Walendziak, "SOME RESULTS ON BN-ALGEBRAS," *Sci. Math. Jpn.*, vol. 78, no. 3, pp. 335–342, 2015.

[6] M. Ashraf, S. Ali, and C. Haetinger, "On Derivations in Rings and Their Applications," *Aligarh Bull. Math.*, vol. 25, pp. 79–107, 2006.

[7] R. Soleimani and S. Jahangiri, "A note on t-derivations of B-algebras," *J. Math. Comput. Sci.*, vol. 10, pp. 138–143, 2014.

[8] P. Muangkarn, C. Suanoom, P. Pengyim, and A. Iampan, "fq-Derivations of B-algebras," *J. Math. Comput. Sci.*, vol. 11, no. 2, pp. 2047–2057, 2021.

[9] S. Gemawati, A. Sirait, M. Musraini, and E. Fitria, "f_q-Derivations of BN1-algebras," vol. 67, pp. 1–13, 2021.

[10] J. Zhan and Y. L. Liu, "On f-derivations of BCI-algebras," *Int. J. Math. Math. Sci.*, vol. 2005, no. 11, pp. 1675–1684, 2005.

[11] L. Kamali Ardakani and B. Davvaz, "f-DERIVATIONS AND (f; g)-DERIVATIONS OF MV-ALGEBRAS," *J. Algebr. Syst.*, vol. 1, no. 1, pp. 11–31, 2013.

[12] N. Kandaraj, "A. Devi A,'f-derivations on BP-algebras,'" *Int. J. Sci. Res. Publ*, vol. 6, no. 10, pp. 8–18, 2016.