



Pemodelan Harga Saham Menggunakan *Geometric Brownian Motion*

Fitri Rahmah Ul Hasanah^{✉1}, Darvi Mailisa Putri²

Program Studi Matematika, Universitas Andalas¹

Program Studi Matematika, UIN Imam Bonjol Padang²

email: fitrirahmah26@yahoo.com¹, darvimailisa@uinib.ac.id²

Received 06 Februari 2022, Accepted 08 Maret 2022, Published 31 Maret 2022

Abstrak

Saham merupakan hal yang masih menarik sampai sekarang untuk dibahas. Karena harganya yang cenderung fluktuatif sehingga perlu dilakukan prediksi untuk kedepannya guna mengurangi terjadinya kerugian bagi para investor. *Geometric Brownian Motion* adalah salah satu model untuk memprediksi harga saham dengan melakukan kajian melalui data return saham yang diperoleh. Data return saham disyaratkan memenuhi asumsi-asumsi pada *Geometric Brownian Motion*. Setelah itu diperoleh nilai rata-rata dan *volatility* dari data return saham PT. Aneka Tambang Tbk. dari tanggal 04 Januari sampai dengan 30 Juni 2021 sebesar -0,002376925 dan 0,0212161. Melalui parameter-parameter return saham dan bangkitan data yang berdistribusi normal baku diperoleh model yang sangat mendekati data harga saham aktual.

Kata Kunci: Saham, Geometric Brownian Motion, Return

Abstract

Stocks are something that is still interesting to this day to be discussed. Because the price tends to fluctuate, it is necessary to make predictions for the future in order to reduce losses for investors. *Geometric Brownian Motion* is a model for predicting stock prices by conducting a study through stock return data obtained. Stock return data is required to meet the assumptions of *Geometric Brownian Motion*. After that, the average value and *volatility* of the stock return data of PT. Aneka Tambang Tbk. from January 04th to June 30th 2021 amounted to -0,002376925 and 0,0212161. Through stock return parameters and data generation with a standard normal distribution, a model that is very close to the actual stock price data is obtained.

Keywords: Stock, Geometric Brownian Motion, Return.

✉Corresponding author

PENDAHULUAN

Salah satu instrumen keuangan pada pasar modal yang menjadi sarana masyarakat untuk berinvestasi pada instrumen keuangan adalah saham. Saham merupakan seceruk kertas yang menunjukkan hak pemodal, yaitu hak yang memiliki kertas tersebut untuk memperoleh bagian dari prospek atau kekayaan organisasi yang menerbitkan saham tersebut dan berbagai kondisi yang memungkinkan pemodal tersebut menjalankan haknya[1]. Selain itu, Husnan juga menyatakan bahwa saham merupakan tanda bukti kepemilikan perusahaan dan hak pemodal atas perusahaan yang menerbitkan saham tersebut[2]. Dalam hak kepemilikan saham tersebut, ada harga yang ditetapkan kepada perusahaan oleh pihak lain yang disebut dengan harga saham. Besaran nilai harga saham dipengaruhi oleh permintaan dan penawaran yang terjadi antara penjual dan pembeli saham[3].

Masyarakat Indonesia saat ini sudah mulai menunjukkan ketertarikan untuk melakukan investasi saham. Pada saat sekarang investasi saham bisa dilakukan dengan menggunakan aplikasi online yang memudahkan masyarakat untuk menanamkan modalnya agar memperoleh keuntungan jangka panjang yang diharapkan. Salah satu keuntungan yang diharapkan yaitu memperoleh *capital gain* dimana harga saham saat dijual lebih tinggi dari pada harga saham saat dibeli. Perubahan harga saham saat dibeli dan dijual terjadi karena adanya permintaan dan penawaran di pasar saham.

Permintaan dan penawaran yang terjadi menyebabkan harga saham selalu mengalami perubahan (berfluktuasi) setiap waktu. Selain itu, perubahan harga saham disebabkan oleh beberapa faktor yaitu laba per lembar saham, rasio laba per lembar saham, rasio harga terhadap nilai buku saham, penilaian pasar, informasi saham, pertumbuhan aset, pengembalian ekuitas dan lain sebagainya. Faktor-faktor tersebut menyebabkan harga saham berubah secara acak seiring berjalannya waktu. Hal ini mengakibatkan harga saham sulit diprediksi. Oleh karena itu, salah satu solusi yang bisa digunakan untuk memprediksi harga saham saat akan datang adalah dengan menerapkan model *Geometric Brownian Motion*.

Model *Geometric Brownian Motion* adalah salah satu model stokastik yang biasa digunakan untuk data yang berubah secara random berdasarkan waktu tertentu. Hal ini dapat dilihat dari beberapa artikel yang membahas tentang *Geometric Brownian Motion* diantaranya Black dan Scholes menganalisa dan merumuskan formula yang diaplikasikan dalam penentuan harga opsi saham[4]. Pada tahun 2012, Jaffar menjelaskan tentang pentingnya penerapan model *Geometric Brownian Motion* dalam harga saham untuk membantu investor meramalkan harga saham[5]. Pada waktu yang sama, McNichols juga menjelaskan tentang pemodelan harga saham dengan Model *Geometric Brownian Motion*[6].

Pada tahun 2015, Sonono membahas tentang arah pergerakan harga saham dengan model *Geometric Brownian Motion* dan variansi gamma[7]. Hadi membahas tentang prediksi harga saham dengan model *Geometric Brownian Motion* dan membentuk portofolio optimal dengan model Markowitz[8]. Jurnal lain yang membahas gerak brown adalah pada tahun 2020, Darvi membahas tentang penerapan model *Geometric Brownian Motion* pada data saham PT. ANTM Tbk. 2019 [9]. Hal ini menunjukkan bahwa model *Geometric Brownian Motion* masih menjadi hal yang penting untuk dibahas dalam mensimulasikan pergerakan harga saham. Oleh karena itu, topik ini menarik untuk dibahas mengingat masih banyaknya jenis saham yang belum diprediksi dengan menggunakan model *Geometric Brownian Motion*.

Penelitian tentang pergerakan harga saham terus dilakukan seiring dengan perkembangan model stokastik yang diasumsikan[10]. Salah satu model sederhana dari proses stokastik untuk memperkirakan pergerakan harga saham adalah model *Geometric Brownian Motion*. Model ini diperkenalkan oleh Robert Brown pada tahun 1827 yang menemukan partikel-partikel kecil makin lama makin cepat dalam temperatur tinggi. Pergerakan saham yang bernilai positif diasumsikan mengikuti model *Geometric Brownian Motion*. Selain itu, model *Geometric Brownian Motion* juga dapat menggambarkan kenaikan harga dengan Δt yang sangat kecil.

Konsep model *Geometric Brownian Motion* ini akan diterapkan pada data harga saham PT. Aneka Tambang Tbk. (ANTM) dari bulan Januari sampai Juni 2021. Data harga saham tersebut ditentukan terlebih dahulu nilai *return*, kemudian dilanjutkan dengan menentukan *drift* dan volatilitas data *return*. Data tersebut diasumsikan normal sebagai salah satu syarat dari penggunaan model *Geometric Brownian Motion*. Oleh karena itu, penulisan ini membahas tentang pergerakan harga saham PT. Aneka Tambang Tbk. (ANTM) dengan model *Geometric Brownian Motion*. Penelitian ini diharapkan dapat memprediksi pergerakan harga saham ANTM pada waktu t dengan model *Geometric Brownian Motion* dan penelitian ini juga bertujuan untuk memprediksi harga saham ANTM pada waktu t tertentu dengan model *Geometric Brownian Motion* tidak memiliki galat yang besar dari data aslinya.

Geometric Brownian Motion

1. Gerak Brown

Gerak Brown merupakan proses stokastik yang digunakan sebagai model pergerakan harga saham yang bergerak dengan cepat. Gerak Brown diperkenalkan oleh ahli botani Robert Brown pada tahun 1827 yang menemukan bahwa pergerakan partikel-partikel kecil makin lama makin cepat dengan temperatur tinggi.

Definisi 1.1 Gerak Brown [11] Suatu gerak Brown $X(t); t \geq 0$ adalah proses stokastik yang memenuhi sifat-sifat berikut:

- a. Setiap increment $X(t + s) - X(s)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $\sigma^2 t$.

- b. Untuk setiap $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ maka increment $X(t_4) - X(t_3)$ dan increment $X(t_2) - X(t_1)$ saling bebas.
- c. $X(0) = 0$ dan $X(t)$ kontinu di $t = 0$.

Definisi 1.2 Gerak Brown baku [12] Proses stokastik $X_t, t \geq 0$ disebut gerak Brown baku jika ke-empat sifat berikut terpenuhi:

- a. Proses dimulai dari 0: artinya $Pr(X_0 = 0) = 1$.
- b. Proses tersebut memiliki lintasan kontinu artinya dengan probabilitas 1, fungsi $t \rightarrow X$, kontinu.
- c. Peubah acak X , berdistribusi $N(0, t)$.
- d. Proses tersebut memiliki kenaikan yang berdistribusi normal, jika $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ maka $X_{t_1}, X_{t_2-t_1}, \dots, X_{t_n-t_{n-1}}$ saling bebas dan $X_{t_i-t_{i-1}} \sim N(0, t_i - t_{i-1})$ untuk setiap $1 \leq i \leq n$.

2. Return Harga Saham Mengikuti *Geometric Brownian Motion*

Misalkan harga saham dilambangkan dengan $S(t)$ dengan t adalah waktu. Model umum dari return terdiri dari dua bagian, bagian pertama adalah bagian deterministik yang dilambangkan dengan ukuran dari rata-rata pertumbuhan harga saham (*drift*) yang ditunjukkan oleh μ . Bagian kedua merupakan model perubahan harga saham secara random yang disebabkan oleh faktor eksternal, dimana faktor eksternal dilambangkan dengan $\sigma dW(t)$. Nilai σ digunakan untuk mengukur standar deviasi dari return dan dapat dinyatakan sebagai fungsi $S(t)$ dan t . Nilai μ dan σ dapat diestimasi menggunakan harga saham pada hari sebelumnya.

Model harga saham dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t) \dots (1)$$

Selain itu, model harga saham dapat dituliskan dalam bentuk

$$dS(T) = \mu S(t) dt + \sigma S(t) dW(t) \dots (2)$$

dimana $dW(t)$ merupakan komponen stokastik, dan $dW(t)$ merupakan gerak brown baku, μ dan σ merupakan bilangan konstan, dengan $W(t) = \sqrt{dt}Z$ dengan $Z \sim N(0,1)$. Persamaan tersebut dinamakan model *Geometric Brownian Motion* untuk harga saham. Sehingga, dengan menggunakan formula Z diperoleh model saham kontinu,

$$\begin{aligned} Z &= \frac{x - \mu}{\sigma_x} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S_0}\right) - \left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right)}{\sigma\sqrt{T}} \dots (3) \end{aligned}$$

Kalikan kedua ruas dengan $\sigma\sqrt{T}$, diperoleh

$$Z\sigma\sqrt{T} = \ln\left(\frac{S(T)}{S_0}\right) - \left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right) \dots (4)$$

Kedua ruas ditambahkan $\left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right)$. Akibatnya,

$$\left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right) + Z\sigma\sqrt{T} = \ln\left(\frac{S(T)}{S_0}\right) \dots (5)$$

Kalikan kedua ruas dengan *exp*, diperoleh

$$\frac{S(T)}{S_0} = \exp\left(\left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right) + Z\sigma\sqrt{T}\right) \dots (6)$$

Kalikan kedua ruas dengan S_0 , diperoleh

$$S(T) = S_0 \exp\left(\left(\mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T\right) + Z\sigma\sqrt{T}\right) \dots (7)$$

Persamaan di atas merupakan model harga saham kontinu yang mengikuti *Geometric Brownian Motion* dengan $Z \sim N(0,1)$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang dipakai pada penelitian ini adalah data historis saham PT. Aneka Tambang Tbk (ANTM). Data diambil sebanyak 247 data yang bermula dari tanggal 04 Januari sampai dengan 30 Juni 2021. Berdasarkan Definisi [4] untuk memodelkan data historis saham PT. ANTM dengan model *Geometric Brownian Motion*, nilai *return* saham harus berdistribusi normal. Menggunakan bantuan *software* SPSS 16 dilakukan uji normalitas dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis:

H_0 : data *return* saham berdistribusi normal

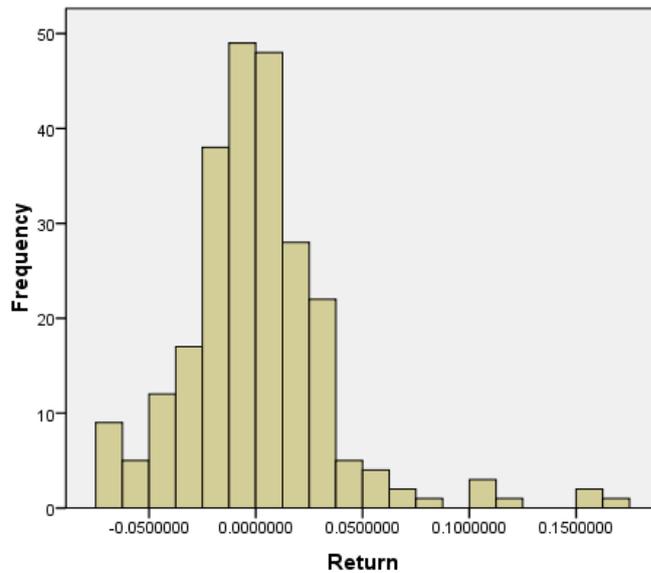
H_1 : data *return* saham tidak berdistribusi normal

Berikut hasil uji normalitas *Kolmogorov-Smirnov* data *return* saham pada Tabel 1.

Tabel 1. Uji Normalitas *Kolmogorov-Smirnov* Pada Data Return Saham

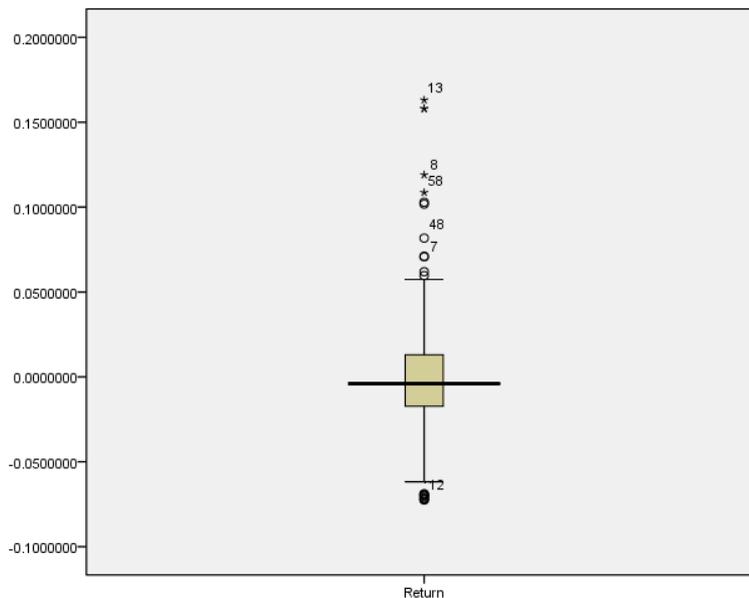
One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test		
		Return
N		247
Normal Parameters ^a	Mean	1,09427 8259E-4
	Std. Deviation	...
	Most Extreme Differences	
	Absolute	.117
	Positive	.117
	Negative	-.087
Kolmogorov-Smirnov Z		1.842
Asymp. Sig. (2-tailed)		.002

Tabel 1 menunjukkan nilai *Asymptotic Signifikan* uji normalitas *Kolmogorov-Smirnov* yang diperoleh adalah 0,002. Berdasarkan kriteria uji yang ada bahwa tolak hipotesis nol (H_0) jika nilai *Asymptotic Signifikan* uji *Kolmogorov-Smirnov* $<0,05$ dan terima hipotesis nol (H_0) jika nilai *Asymptotic Signifikan* uji *Kolmogorov-Smirnov* $>0,05$. Maka dari itu dapat dikatakan bahwa return saham belum berdistribusi normal. Selain itu, pada Gambar 1 juga terlihat histogram yang dimiliki data return saham belum normal.



Gambar 1. Histogram Data Return Saham

Selanjutnya akan dilihat pada data *return* saham apakah terdapat data outlier melalui *box-plot* data *return* saham berikut.

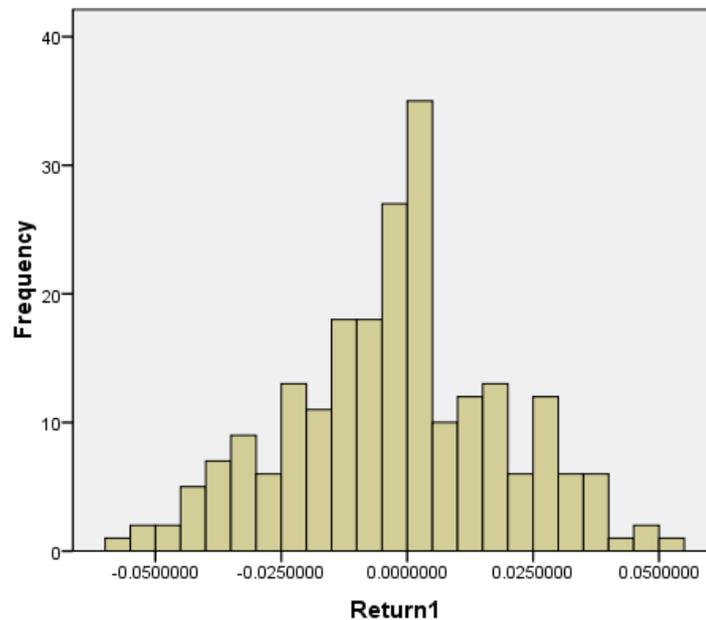


Gambar 2. *Box-Plot* Data Return Saham

Gambar 2 menjelaskan terdapat beberapa data outlier yang membuat data return saham tidak normal atau dapat dikatakan data belum berkumpul disekitar titik tengah. Beberapa data outlier akan diabaikan atau dihilangkan dengan tujuan agar data *return* saham dapat memenuhi asumsi yang ada pada *Geometric Brownian Motion*. Selanjutnya dilakukan uji ulang uji normalitas *Kolmogorov-Smirnov* dan melihat hasil histogram dengan data *return* saham yang baru. Berikut hasil output yang diperoleh.

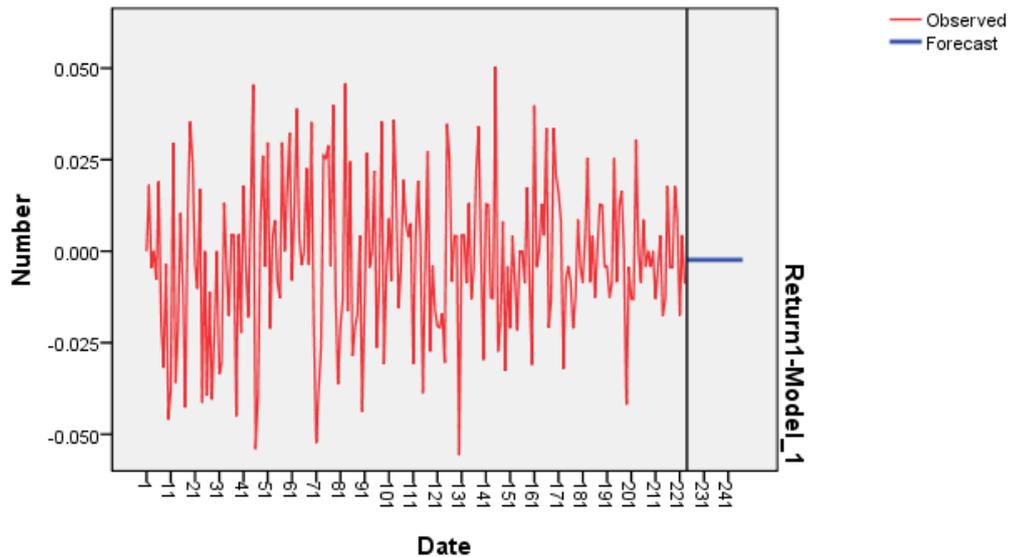
Tabel 2. Uji Normalitas *Kolmogorov-Smirnov* Pada Data Return Saham_1
One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Return1
N		223
Normal Parameters ^a	Mean	-.0023769
	Std. Deviation	.25
Most Extreme Differences	Absolute	.062
	Positive	.062
	Negative	-.048
Kolmogorov-Smirnov Z		.921
Asymp. Sig. (2-tailed)		.364



Gambar 3. Histogram Data Return Saham_1

Tabel 2 menunjukkan hasil dari *Asymptotic Signifikan uji Kolmogorov-Smirnov* lebih besar dari 0,05 yaitu 0,364. Maka dalam hal ini kita dapat menerima hipotesis nol (H_0) atau dengan kata lain data *return* saham yang baru sudah normal. Selain itu juga dapat terlihat pada Gambar 3 yaitu histogram menunjukkan sudah mengikuti distribusi normal. Selanjutnya dilakukan plot pada data return saham pada Gambar 4 berikut.



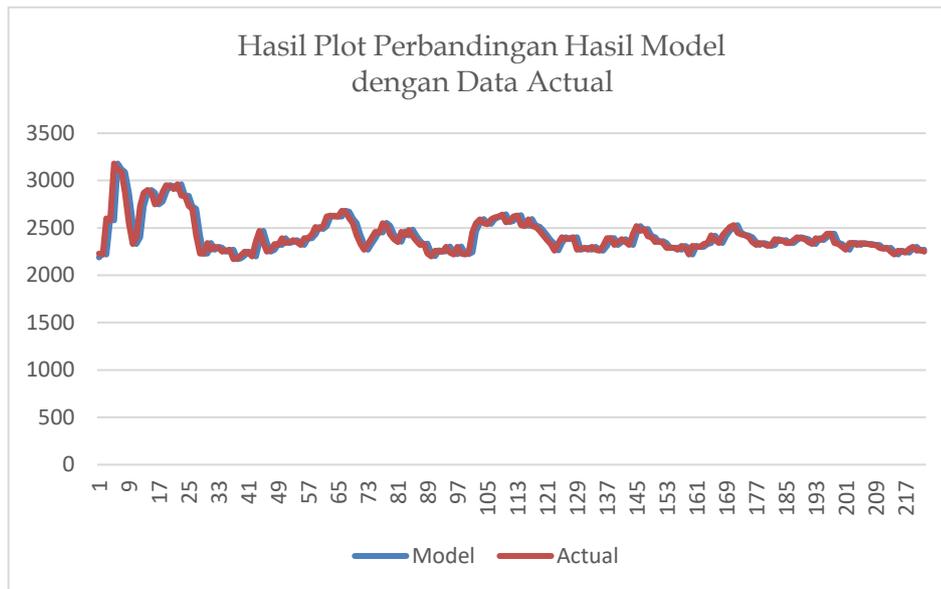
Gambar 4. Plot Data Return Saham

Plot data return saham terlihat mengalami kenaikan dan penurunan pada selang waktu tertentu dan data sudah stasioner. Selanjutnya akan dicari model *Geometric Brownian motion* dengan terlebih dahulu menghitung nilai rata-rata dan *volatility* dari data return saham.

Dengan menggunakan formula pada persamaan (7) maka diperoleh nilai rata-rata -0,002376925, *volatility* 0,0212161 dan variansi 0,0004495083. Berdasarkan hasil tersebut diperoleh model *Geometric Brownian motion* sebagai berikut:

$$S_{(T)} = S_{(T-1)} \exp \left(\left(-0,002376925 T - \frac{0,0004495083}{2} T \right) + Z 0,02120161\sqrt{T} \right)$$

Model yang telah diperoleh dapat digunakan untuk melihat hasil prediksi harga saham untuk beberapa waktu kedepan. Hasil simulasi model dengan data actual dapat dilihat pada grafik berikut.



Gambar 5. Grafik Perbandingan Simulasi Model dengan Data Aktual

Dari hasil grafik pada Gambar 5, terlihat jelas bahwa hasil simulasi model dengan data aktual nilainya sangat mendekati. Kedua garis hampir saling berhimpitan yang mengindikasikan bahwa model yang terbentuk sangat mewakili data aktual.

SIMPULAN

Simpulan yang diperoleh dari hasil penelitian yang telah dilakukan pada data historis saham PT. Aneka Tambang Tbk (ANTM) tahun 2021 dengan pengaplikasian pada *Geometric Brownian Motion* adalah diperoleh nilai rata-rata dan *volatility* data *return* saham berturut-turut -0,002376925 dan 0,0212161. Selanjutnya diperoleh model prediksi harga saham untuk waktu kedepan sebagai berikut.

$$S_{(T)} = S_{(T-1)} \exp \left(\left(-0,002376925 T - \frac{0,0004495083}{2} T \right) + Z 0,02120161 \sqrt{T} \right)$$

Hasil model yang diperoleh hampir mendekati data harga saham aktual sehingga dapat dikatakan model sangat baik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Samsul, "Pasar Modal dan Manajemen Portofolio, penerbit Erlangga," Surabaya. P, 2006.
- [2] S. Husnan, *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas*. UPP STIM YKPN, 2005.
- [3] E. Efrizon, "Pengaruh Rasio Keuangan Terhadap Harga Saham Perusahaan Otomotif Periode 2013-2017," *J. Akunt. Aktual*, vol. 6, no. 1, pp. 250-260, 2019.
- [4] F. Black and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, 81," 1973.
- [5] S. N. Z. Abidin and M. M. Jaffar, "A review on Geometric Brownian Motion in forecasting the share prices in Bursa Malaysia," *World Appl. Sci. J.*, vol. 17, no. 1, pp. 82-93, 2012.

- [6] J. P. McNichols and J. L. Rizzo, "Stochastic GBM methods for modeling market prices," in *Casualty Actuarial Society E-Forum, Summer 2012*, 2012.
- [7] M. E. Sonono and H. P. Mashele, "Prediction of stock price movement using continuous time models," *J. Math. Financ.*, vol. 5, no. 02, p. 178, 2015.
- [8] R. N. Hadi, "PORTOFOLIO OPTIMAL PADA PASAR SAHAM YANG BERGERAK DENGAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRI." Universitas Andalas, 2016.
- [9] D. M. Putri and L. H. Hasibuan, "Penerapan Gerak Brown Geometrik pada Data Saham PT. ANTM," *MApp (Mathematics Appl. J.*, vol. 2, no. 2, pp. 1-10, 2020.
- [10] A. Neisy and M. Peymany, "Financial modeling by ordinary and stochastic differential equations," *World Appl Sci J*, vol. 13, pp. 2288-2295, 2011.
- [11] S. Karlin, *A first course in stochastic processes*. Academic press, 2014.
- [12] P. Sahoo, "Probability and mathematical statistics," *Univ. Louisv.*, 2013.