Volume 4 Issue 1 (2024) Pages 7-16 P-ISSN:2798-2696 E-ISSIN:2798-0057

JOSTECH

Journal of Science and Technology

Website: https://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/jostech Email: jostech@uinib.ac.id

Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan Model Pada Penyebaran HIV/AIDS Tipe *SITA* (*Susceptible, Infected, Treatment, AIDS*)

Isnaini Mahuda ✉[1], **Rofiroh**[2]

Statistika, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Indonesia[1]

Pendidikan Matematika, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Indonesia[2]

email: isnaini.mahuda@untirta.ac.id[1], rofiroh@gmail.com[2]

Received 01 Maret 2024, Accepted 26 Maret 2024, Published 31 Maret 2024

Abstrak

HIV/AIDS masih menjadi masalah utama kesehatan masyarakat yang terjadi hampir di seluruh negara di dunia. Hingga saat ini belum ditemukan obat yang dapat menangani HIV/AIDS. Akan tetapi ada terapi atau *treatment* yang dapat dilakukan untuk memperlambat penyebaran virus yakni dengan terapi obat *Antiretroviral* (ARV) yang disebut *Antiretroviral Therapy* (ART). Pemodelan matematika yang dilakukan pada penelitian ini menggunakan tipe SITA dimana terdapat 4 kompartemen yakni *Susceptible* (S), *Infected* (I), *Treatment* (T), *AIDS* (A) pada populasi tertutup. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah: 1) untuk mengonstruksi model matematika pada penyebaran HIV/AIDS tipe SITA, 2) menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan titik kesetimbangan dari model, 3) menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0), dan 4) melakukan simulasi dinamik model. Pemodelan matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS tipe SITA ini menghasilkan dua titik *equilibrium* yakni titik *equilibrium* bebas penyakit (E_1) dan titik *equilibrium* endemik (E_2). Dari hasil analisis juga diperoleh *basic reproduction ratio* (R_0) yang diperoleh dengan cara membangun sebuah matriks yang disebut sebagai *Next Geration Matriks* (NGM). Bilangan *basic reproduction ratio* (R_0) juga menentukan eksistensi dan kestabilan titik kesetimbangan serta dapat mengontrol laju penyebaran HIV/AIDS. Berdasarkan hasil simulasi nilai parameter yang sangat berpengaruh terhadap dinamika populasi adalah laju *treatment* yang diberikan kepada subpopulasi *Infected* (I).

Kata Kunci: *kestabilan; HIV/AIDS; tipe SITA; basic reproduction ratio* (R_0).

Abstract

HIV/AIDS still become a major public health problem that occurs in almost all countries in the world. Until now, no medicine has been found that can treat HIV/AIDS. However, there is therapy or treatment that can be done to slow the spread of the virus, namely antiretroviral (ARV) or called Antiretroviral Therapy (ART). The mathematical modeling carried out in this study uses the SITA type where there are 4 compartments, namely Susceptible (S), *Infected* (I) *Treatment* (T), *and AIDS* (A) *in a closed population. The objectives of this research are: 1) to construct a mathematical model for the spread of SITA type HIV/AIDS, 2) determine the equilibrium point and stability of the equilibrium point of the model, 3) determine the basic reproduction number* (R_0), *and 4) carry out a dynamic simulation of the model. Mathematical modeling of the spread of SITA type HIV/AIDS produces two equilibrium points, namely the disease-free equilibrium point* (E_1) *and the endemik equilibrium point*

(E_2). From the results of the analysis, the basic reproduction ratio (R_0) was also obtained by building a matrix called the Next Generation Matrix (NGM). The basic reproduction ratio number (R_0) also determines the existence and stability of the equilibrium point and can control the rate of spread of HIV/AIDS. Based on the simulation results, the parameter value that greatly influences population dynamics is the rate of treatment given to the Infected (I) sub population.

Keywords: *stability; HIV/AID; type SITA; basic reproduction ratio (R_0).*

✉ Corresponding author

PENDAHULUAN

HIV merupakan sejenis virus yang bekerja dengan cara menginfeksi sel-sel dalam sistem imunitas tubuh, menghancurkan atau merusak sel darah putih yang secara spesifik disebut limfosit T-helper atau limpfosit pembawa faktor T4 yang dikenal dengan sel CD4 [1], [2], [3]. Semakin banyak sel CD4 yang dirusak maka semakin lemah imunitas tubuh seseorang sehingga rentan diserang berbagai jenis penyakit. Dengan demikian seseorang yang terinfeksi HIV lama kelamaan akan mengakibatkan defisiansi imunitas tubuh yang jika tidak ditangani secara serius akan berkembang menjadi kondisi yang disebut AIDS. AIDS atau *Acquired Immune Defiency Syndrome* merupakan stadium akhir dari infeksi virus HIV. Pada tahap ini, kemampuan tubuh untuk melawan infeksi sudah hilang sepenuhnya sehingga tubuh akan sangat mudah terserang berbagai jenis penyakit yang berakibat fatal bagi kesehatan manusia [4], [5]. AIDS ini biasanya muncul setelah virus HIV menyerang sistem kekebalan tubuh kita selama lima hingga sepuluh tahun atau lebih.

HIV/AIDS masih menjadi masalah utama kesehatan masyarakat yang terjadi hampir di seluruh negara di dunia. Secara global, penyebaran penyakit HIV/AIDS ini terus mengalami peningkatan dan tidak hanya terjadi di kota-kota besar saja melainkan terus merebak hingga ke pelosok-pelosok desa. Indonesia menjadi negara yang menempati urutan ke-5 negara yang paling beresiko HIV/AIDS di Asia [6]. Sejak pertama kali kasus HIV/AIDS ini ditemukan di Indonesia tahun 1987, tiap tahunnya penyebarannya terus meningkat. Tercatat jumlah orang dengan HIV/AIDS di Indonesia tahun 2020 adalah sekitar 543.100 [7]. Hingga saat ini belum ditemukan obat yang dapat menangani HIV/AIDS. Akan tetapi ada terapi atau *treatment* yang dapat dilakukan untuk memperlambat penyebaran virus yakni dengan terapi obat *Antiretroviral* (ARV) yang disebut *Antiretroviral Therapy* (ART).

Penyebaran HIV/AIDS menjadi tantangan bagi semua kalangan tidak hanya mereka yang bergelut di bidang kesehatan namun juga bagi banyak ilmuan di berbagai bidang. Di bidang matematika, masalah penyebaran HIV/AIDS ini dapat dimodelkan dalam bentuk pemodelan matematika. Menurut Haberman [1], pemodelan matematika melibatkan konsep-konsep matematika (misalnya: fungsi, persamaan, ketaksamaan), atau representasi simbolik dari satu sistem yang melibatkan formulasi matematika secara abstrak yang dapat dimanfaatkan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan di bidang sains, ekonomi, teknik dan kedokteran. Proses pemodelan matematika yaitu mengetahui masalah di dunia real kemudian dibawa ke dalam model matematis dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Selanjutnya, dari model yang didapat dicari solusinya, baik dengan cara analitis maupun secara numerik[8].

Pemodelan matematika dalam penyebaran penyakit HIV/AIDS telah banyak dilakukan oleh para peneliti. [9], [10] melakukan pemodelan matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan menganalisis dampak program terapi. Di samping itu, [11] melakukan analisis model matematika pada penyebaran HIV/AIDS dengan edukasi dan ART *Treatment*. Lebih lanjut, [12] menggunakan pemodelan matematika sebagai strategi pencegahan endemik HIV/AIDS. Adapula [13] yang telah melakukan pemodelan matematika pada penyebaran HIV/AIDS tipe SIA (*Susceptible, Infected, Abstained*) dengan menganalisis stabilitas dan simulasi model. [14] juga telah membuat dinamika model penyebaran HIV/AIDS berdasarkan jumlah CD4. Pemodelan matematika yang dilakukan pada penelitian ini merupakan modifikasi dari model yang telah dilakukan oleh [9] dan [13] dengan menambahkan kompartemen *Treatment* sehingga model penyebarannya menggunakan 4 kompartemen yakni *Susceptible, Infected, Treatment, AIDS* atau SITA pada populasi tertutup. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah: 1) untuk mengonstruksi model matematika pada penyebaran HIV/AIDS tipe SITA, 2) menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan titik kesetimbangan dari model, 3) menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0), dan 4) melakukan simulasi dinamik model.

METODOLOGI

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur atau kajian pustaka dengan mengumpulkan teori-teori yang relevan dengan topik dan permasalahan dalam penelitian. Adapun prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini di antaranya yaitu:

a. Penentuan dan perumusan masalah
b. Studi literatur
c. Analisis pemecahan masalah
d. Penarikan kesimpulan

Penentuan dan perumusan masalah digunakan untuk menentukan secara spesifik masalah yang akan dibahas serta langkah-langkah analisis pemecahan masalahnya. Tahap studi literatur dilakukan untuk mengumpulkan dan mengkaji lebih dalam mengenai teori-teori mengenai penyakit HIV/AIDS, pemodelan matematika, model epidemik SITA, dan analisis model dengan bantuan *software* Maple.
Dalam analisis pemecahan masalah dilakukan beberapa langkah sebagai berikut:

a. Menetapkan asumsi
b. Mengonstruki model matematika penyebaran HIV/AIDS tipe SITA
c. Menentukan titik kesetimbangan model
   Definisi 1[15] *Diberikan sistem persamaan diferensial* $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, *di mana* $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$. *Titik* $\boldsymbol{x}^*$ *disebut titik kesetimbangan dari sistem persamaan* $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ *jika memenuhi* $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^*)=0$
d. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan
e. Menentukan *basic reproduction ratio* (R_0)
f. Melakukan simulasi model

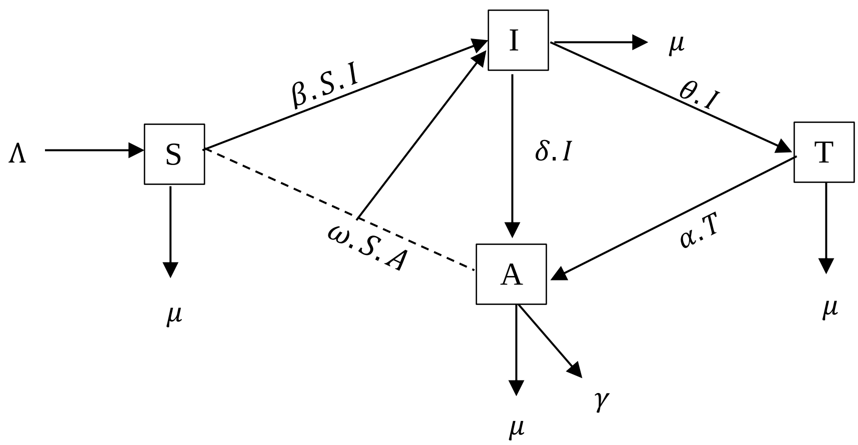
Tahap terakhir yakni menginterpretasikan hasil dari simulasi model dan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis pemecahan masalah yang telah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum mengonstruksi dan menganalisis model terlebih dahulu ditetapkan beberapa asumsi-asumsi sebagai berikut:

a. Populasi bersifat tertutup di mana dalam populasi tidak terjadi proses migrasi, perubahan pada jumlah populasi hanya disebabkan oleh kelahiran dan kematian
b. Penularan HIV/AIDS terjadi karena kontak antara subpopulasi *Susceptible* dengan subpopulasi *Infected* (positif HIV) dan antara subpopulasi *Susceptible* dengan subpopulasi AIDS.
c. Treatmen hanya dilakukan pada subpopulasi *Infected*.
d. Subpopulasi yang di-*treatment* dalam jangka waktu tertentu tetap akan berpindah menjadi subpopulasi AIDS

Selanjutnya dari asusmsi-asumsi tersebut diatas dilakukan kontruksi model penyebaran HIV/AIDS tipe SITA yang digambarkan dalam diagram transfer sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Transfer Model Penyebaran HIV/AIDS tipe SITA

Diagram transfer di atas menggambarkan laju perubahan populasi pada tiap kompartemen. Arah panah masuk menunjukkan pertambahan jumlah populasi dan arah panah keluar menunjukkan pengurangan jumlah populasi. Adapun ekspresi matematika dari diagram transfer pada gambar 1 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta.S.I - \omega.S.A - \mu.S \\
\frac{dI}{dt} &= \beta.S.I + \omega.S.A - \mu.I - \delta.I \\
\frac{dT}{dt} &= \theta.I - \alpha.T - \mu.T \\
\frac{dA}{dt} &= \delta.I - \alpha.T - \mu.A - \gamma.A
\end{aligned} \tag{1}$$

Keterangan:
S = jumlah individu pada subpopulasi *Susceptible*
I = jumlah individu pada subpopulasi *Infected*

T = jumlah individu pada subpopulasi *Treatment*
A = jumlah individu pada subpopulasi AIDS
Λ = laju kelahiran alami
β =tingkat penularan dari individu pada subpopulasi *Susceptible* dan *Infected*
ω = tingkat penularan dari individu pada subpopulasi AIDS kepada individu *Susceptible*
μ = laju kematian secara alami
δ = tingkat penjangkitan dari individu pada subpopulasi *Infected* dan AIDS
α =laju transisi dari individu pada subpopulasi *Treatment* menjadi AIDS
γ = laju kematian yang disebabkan karena penyakit AIDS
θ =laju *treatment* yang diberikan kepada subpopulasi *Infected*

Titik *Equilibrium*

Titik *equilibrium* pada model merupakan solusi dari sistem pada model yang tidak mengalami perubahan populasi terhadap waktu [16]. Dengan demikian titik *equilibrium* pada sistem (1) diperoleh ketika,

$$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dT}{dt} = 0, \frac{dA}{dt} = 0$$

sehingga diperoleh sistem persamaan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta.S.I - \omega.S.A - \mu.S = 0 \\
\frac{dI}{dt} &= \beta.S.I + \omega.S.A - \mu.I - \delta.I = 0 \\
\frac{dT}{dt} &= \theta.I - \alpha.T - \mu.T = 0 \\
\frac{dA}{dt} &= \delta.I - \alpha.T - \mu.A - \gamma.A = 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Solusi dari sistem persamaan (2) diperoleh dua titik *equilibrium* yaitu titik *equilibrium* bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan titik *equilibrium* endemik. Titik *equilibrium* bebas penyakit diekspresikan sebagai $E_1 = (S, I, T, A) = (\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0)$ sedangkan titik *equilibrium* endemik diekspresikan sebagai $E_2 = (S^*, I^*, T^*, A^*)$
di mana,

$$S^* = \frac{(\gamma + \mu)(\mu + \delta + \theta)(\alpha + \mu)}{\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega}$$

$$I^* = \frac{R_0 - 1}{((\mu + \delta + \theta)(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}$$

$$T^* = \frac{\theta(R_0 - 1)}{((\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega))}$$

$$A^* = \frac{(\alpha\delta + \alpha\theta + \delta\mu)(R_0 - 1)}{((\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega))}$$

Dengan,

$$R_0 = \frac{\Lambda((\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}{\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Eksistensi titik *equilibrium* endemik terpenuhi ketika populasi *Infected* (I), *Treatment* (T) dan AIDS (A) bernilai positif. Oleh sebab itu maka $R_0 - 1$ harus bernilai positif atau $R_0 - 1 > 0$ sehingga $R_0 > 1$

Basic Reproduction Ratio dengan *Next Generation Matriks*

Basic Reproductive Ratio biasanya dinotasikan sebagai R_0 menurut Diekmann diperoleh dengan cara membangun sebuah matriks yang disebut sebagai *Next Geration Matriks* (NGM) [17]. R_0 mempunyai nilai ambang batas 1, artinya jika $R_0 > 1$ maka akan terjadi endemik yang ditandai dengan meningkatnya populasi yang terinfeksi. Namun jika $R_0 < 1$ maka tidak terjadi endemik.

Pada sistem (1) terdapat 4 (empat) kompartemen yang terlibat dalam penyebaran HIV/AIDS tipe SITA yaitu *Susceptible*, *Infected*, *Treatment* dan AIDS sehingga bisa ditulis,

$$x = (S, I, T, A)$$
$$\dot{x} = (F - V)x$$

dimana,
F =Matriks transmisi nonlinear
V = Matriks transmisi linear
$\dot{x}$ = Kompartemen yang terlibat infeksi
R_0 ditentukan oleh radius spectral dari *Next Generation Matriks* (NGM) yang merupakan matriks FV^{-1}. Misalkan F adalah vektor untuk infeksi baru dan V adalah vektor untuk perpindahan antar kompartemen, maka

$$F = \begin{pmatrix} \beta.S & 0 & \omega.S \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} \delta + \mu + \theta & 0 & 0 \\ -\theta & \alpha + \mu & 0 \\ -\delta & -\alpha & \mu + \gamma \end{pmatrix}$$

sehingga,

$$F.V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta\Lambda}{\mu(\delta + \mu + \theta)} + \frac{\omega\Lambda(\alpha\delta + \alpha\theta + \delta\mu)}{\mu(\delta + \mu + \theta)(\alpha + \mu)(+\gamma)} & \frac{\omega\Lambda\alpha}{\mu(\alpha + \mu)(\mu + \gamma)} & \frac{\omega\Lambda}{\mu(\mu + \gamma)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Akan ditentukan R_0 yang merupakan nilai eigen terbesari dari matriks (3). Polinomial karakteristik dari matriks (3) sebagai berikut,

$$\lambda^3 - \left(\frac{\Lambda(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}{\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}\right)\lambda^2$$

Dengan demikian diperoleh,

$$R_0 = \frac{\Lambda(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}{\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Analisis Kestabilan pada Titik *Equilibrium*

Sistem persamaan (1) merupakan sistem persamaan diferensial non linear sehingga untuk menyelidiki kestabilan di sekitar titik *equilibrium* diperlukan linearisasi terlebih dahulu dengan menggunakan matriks Jacobi. Adapun matriks Jacobi dari sistem persamaan (1) adalah sebagai berikut:

$$Jac = \begin{pmatrix} -A\omega - I\beta - \mu & -s\beta & 0 & -S\omega \\ A\omega + I\beta & S\beta - \delta - \mu - \theta & 0 & S\omega \\ 0 & \theta & -\alpha - \mu & 0 \\ 0 & \delta & \alpha & -\gamma - \mu \end{pmatrix} \quad (4)$$

Selanjutnya, substitusikan nilai $E_1 = (S, I, T, A) = (\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0)$ ke matriks (4) sehingga diperoleh,

$$Jac = \begin{pmatrix} -\mu & -\frac{\Lambda}{\mu}\beta & 0 & -\frac{\Lambda}{\mu}\omega \\ 0 & \frac{\Lambda}{\mu}\beta - \delta - \mu - \theta & 0 & \frac{\Lambda}{\mu}\omega \\ 0 & \theta & -\alpha - \mu & 0 \\ 0 & \delta & \alpha & -\gamma - \mu \end{pmatrix} \quad (5)$$

Dari matriks Jacobian (5) diperoleh nilai karakteristik yaitu,

$$\lambda_1 = -\mu$$

sedangkan $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ adalah akar-akar dari persamaan karakteristik sebagai berikut,

$$-\mu\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

dengan,

$a_2 = \Lambda\beta - \alpha\mu - \delta\mu - \gamma\mu - 3\mu^2 - \mu\theta$

$a_1 = \Lambda\alpha\beta + \alpha\beta\gamma + 2\Lambda\beta\mu + \delta\Lambda\omega - \alpha\delta\mu - \alpha\gamma\mu - 2\alpha\mu^2 - \alpha\mu\theta - \gamma\delta\mu - 2\delta\mu^2 - 2\gamma\mu^2 - \gamma\mu\theta - 3\mu^3 - 2\mu^2\vartheta$

$a_0 = \Lambda(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega) - (\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu))$

Karena tiap parameter bernilai positif maka a_2 dan a_1 bernilai negatif. Selanjutnya agar a_0 bernilai negatif maka,

$$\frac{\Lambda(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}{\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu)} < 1$$

sehingga titik *equilibrium* bebas penyakit bersifat stabil ketika,

$$R_0 = \frac{\Lambda(\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\mu + \alpha\delta\omega + \alpha\omega\theta + \beta\gamma\mu + \mu^2\beta + \delta\mu\omega)}{\mu(\mu + \delta + \theta)((\alpha + \mu)(\gamma + \mu)} < 1$$

Simulasi Numerik

Simulasi numerik bertujuan untuk memberikan deskripsi geometris mengenai dinamika model penyebaran HIV/AIDS tipe SITA dari hasil analisis yang telah dilakukan. Simulasi numerik ini dilakukan dengan menggunakan *software* Maple dengan memberikan nilai-nilai parameter yang sesuai dengan kondisi R_0. Untuk keperluan simulasi ini maka ditetapkan nilai-nilai parameter yang disajikan pada tabel 1 berikut,

Tabel 1. Nilai-Nilai Parameter

Parameter	Nilai
Λ	0,55
μ	0,01
β	0,005
ω	0,0015
δ	0,0027397
α	0,0016
γ	0,01

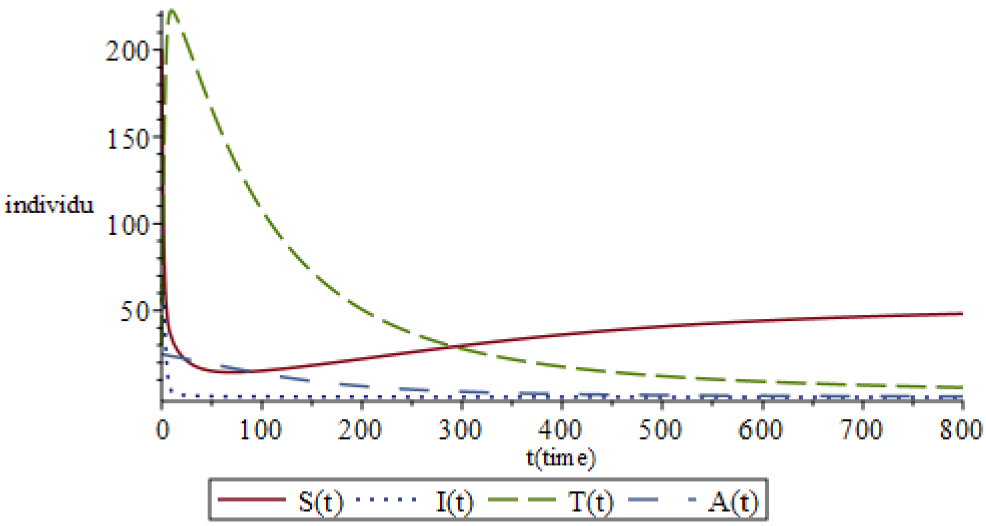
Adapun populasi awal dari tiap kompartemen dipilih nilai-nilai yang secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut,

$$S(0) = 200, I(0) = 55, T(0) = 30, A(0) = 25$$

Untuk memvisualisasikan kondisi pada saat titik *equilibrium* bebas penyakit dan endemik dilakukan dua simulasi dengan menetapkan nilai parameter θ yang berbeda. Simulasi pertama dilakukan untuk menvisualisasikan kondisi titik *equilibrium* bebas penyakit dengan menetapkan nilai parameter $\theta = 0{,}75$ sehingga diperoleh nilai $R_0 = 0{,}934821 < 1$. Di mana titik kesetimbangan bebas penyakit adalah:

$$(S, I, T, A) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0\right) = (55,0,0,0)$$

Adapun hasil simulasinya dapat dilihat pada gambar 2 berikut,



Gambar 2. Grafik Jumlah Populasi SITA Bebas Penyakit untuk 0 < t < 800

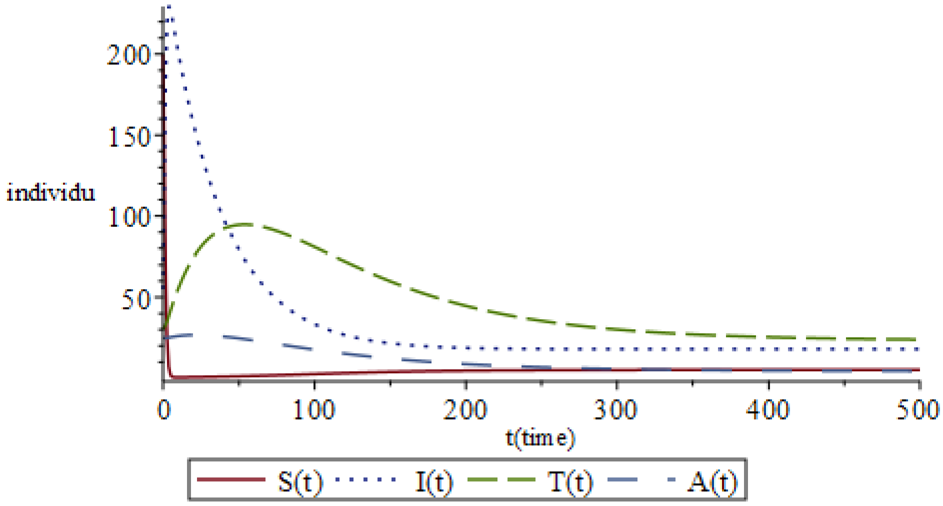
Pada gambar 2 menunjukkan bahwa grafik dari masing-masing yakni subpopulasi *Susceptible* (S), subpopulasi *Infected* (I), subpopulasi *Treatment* (T) dan subpopulasi AIDS (A). Pada subpopulasi *Susceptible* (S) kondisi awal berjumlah 200 individu, kemudian menurun karena mengalami kontak dengan subpopulasi *Infected* (I) dan naik kembali hingga menuju titik *equilibrium* di angka 55. Pada subpopulasi *Infected* (I) kondisi awal berjumlah 55 individu kemudian menurun karena mengalami perpindahan ke subpopulasi *Treatment* (T). Hal ini terjadi karena laju *treatment* yang diberikan kepada subpopulasi *Infected* (I) cukup besar. Selanjutnya seiring berjalannya waktu subpopulasi *Infected* terus menurun hingga menuju titik *equilibrium* di angka 0. Pada gambar 1 juga terlihat jelas bahwa subpopulasi *Treatment* (T) dengan kondisi awal berjumlah 30 individu mengalami kenaikan akibat banyaknya perpidahan dari subpopulasi *Infected* (I) yang mendapatkan *treatment*. Namun seiring berjalannya waktu jumlah individu pada subpopulasi ini menurun hingga akhirnya mencapai titik *equilibrium* di angka 0.

Terakhir pada subpopulasi AIDS (A) dari kondisi awal berjumlah 25 individu mengalami penurunan hingga mencapai titik *equilibrium* di 0. Hal ini disebabkan karena adanya kematian alami dan juga kematian karena AIDS yang dialami oleh individu pada subpopulasi ini. Ini berarti, untuk jangka waktu tertentu penyakit

HIV/AIDS akan menghilang dalam populasi, atau dengan kata lain bisa disimpulkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil pada saat $R_0 = 0{,}934821 < 1$.

Selanjutnya, simulasi kedua dilakukan dengan memvisualisasikan kondisi titik *equilibrium* endemik dengan menetapkan nilai parameter $\theta = 0{,}015$ sehingga diperoleh nilai $R_0 = 10{,}62865659 > 1$. Dimana titik *equilibrium* endemik $E_2 = (S^*, I^*, T^*, A^*) = (5{,}174689720;\ 17.96173365;\ 23.22637971;\ A\ =\ 4.318598460)$.

Adapun hasil simulasinya dapat dilihat pada gambar 3 berikut,



Gambar 3. Grafik Jumlah Populasi SITA Pada saat endemik untuk 0 < t < 500

Pada gambar 3 menunjukkan bahwa pada masing-masing subpopulasi mengalami kenaikan dan penurunan jumlah individu yang pada akhirnya seiring berjalannya waktu menuju ke titik ekuilibirumnya. Akan tetapi pada kondisi jumlah individu pada masing-masing subpopulasi tidak pernah menyentuh angka 0. Dengan demikian dari hasil simulasi yang telah dilakukan dapat simpulkan bahwa titik *equilibrium* endemik penyakit stabil untuk waktu yang cukup lama dan penyakit HIV/AIDS akan selalu ada, sehingga endemik penyakit HIV/AIDS terjadi pada populasi ini.

SIMPULAN

Pemodelan matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS tipe SITA (*Susceptible, Infected, Treatment, AIDS*) menghasilkan dua titik *equilibrium* yakni titik *equilibrium* bebas penyakit (E_1) dan titik *equilibrium* endemik (E_2). Dari hasil analisis juga diperoleh *basic reproduction ratio* (R_0) yang diperoleh dengan cara membangun sebuah matriks yang disebut sebagai *Next Geration Matriks* (NGM). Bilangan *basic reproduction ratio* (R_0) juga menentukan eksistensi dan kestabilan titik kesetimbangan serta dapat mengontrol laju penyebaran HIV/AIDS. Berdasarkan hasil simulasi nilai parameter yang sangat berpengaruh terhadap dinamika populasi adalah laju *treatment* yang diberikan kepada subpopulasi *Infected* (I).

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. J. Zamzami, S. B. Waluya, and M. Kharis, "Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Model Penyebaran Hiv/Aids Dengan Treatment," *Unnes J. Math.*, vol. 7, no. 2, pp. 142–154, 2018.

[2] F. Faisah, S. Toaha, and K. Kasbawati, "Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV Dengan Klasifikasi Gejala Pada Penderita," *Prox. J. Penelit. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 5, no. 2, pp. 106–118, 2022, doi: 10.30605/proximal.v5i2.1831.

[3] T. D. Chandra and G. I. Permata, "Modeling Hiv/Aids Using Shat Model," *BAREKENG J. Ilmu Mat. dan Terap.*, vol. 17, no. 2, pp. 0745–0756, 2023, doi: 10.30598/barekengvol17iss2pp0745-0756.

[4] M. F. Lamusu, D. Mamula, F. Muhsana, and J. Matematika, "ANALISIS KESTABILAN TITIK TETAP PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN HIV/AIDS," 2019.

[5] D. R. Ramadhani, D. F. S, I. Irfanilia, M. Adi, and P. Siregar, "Analysis of the Spread of HIV / AIDS Using the SIA Model Simulation (Susceptible , Infected , Abstained)," vol. 2, no. April, 2023.

[6] N. I. P. Dewi, Rafidah, and E. Yuliastuti, "Studi Literatur Faktor Yang Berhubungan Dengan Kejadian HIV/AIDS Pada Wanita Usia Subur (WUS)," *J. Inov. Penelit.*, vol. 3, no. 1, pp. 4583–4590, 2022.

[7] Kemenkes RI, *LAPORAN TAHUNAN HIV AIDS 2022*. 2022.

[8] R. Al Maududi, R. W. Putri Z, and P. M. Hartuti, "Model Matematika dan Simulasi Penyebaran Perokok Dalam Suatu Populasi Menggunakan Matlab," *JOSTECH J. Sci. Technol.*, vol. 3, no. 1, pp. 59–70, 2023.

[9] F. H. E. N. Yudhi, "Analisis Dampak Program Terapi Hiv-Aids Pada Model Penyebaran Penyakit Hiv-Aids Dengan Populasi Terbuka," *Bimaster Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 9, no. 1, pp. 1–10, 2019, doi: 10.26418/bbimst.v9i1.37972.

[10] T. Tandiangnga, "Analisis Model Matematika Sita Pada Penyebaran Penyakit AIV/AIDS dengan Pengaruh Terapi Pada Populasi Tertutup," in *Seminar Hasil Penelitian Pengembangan IPTEKS dan SAINS*, 2021, pp. 167–174.

[11] M. Syafi'i, L. O. Sabran, and I. D. Rianjaya, "ANALISIS DINAMIK MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS DENGAN EDUKASI DAN ART TREATMENT," *MES J. Math. Educ. Sci.*, vol. 9, no. 1, pp. 31–44, 2023.

[12] I. Ismanto and M. I. A. Fathoni, "Strategi Pencegahan Endemi HIV/AIDS dengan Menggunakan Pemodelan Matematika," *MAJAMATH J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 2, no. 1, p. 32, 2019, doi: 10.36815/majamath.v2i1.273.

[13] Z. A. Leleury, F. Y. Rumlawang, and A. G. Naraha, "Analisis Stabilitas dan Simulasi Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Tipe SIA (Susceptible, Infected, Abstained)," 2020.

[14] G. Lela, F. Aloysius Nay, and O. Paulina Maure, "DINAMIKA MODEL PENYEBARAN HIV/AIDS BERDASARKAN JUMLAH SEL CD4," *Leibniz J. Mat.*, vol. 2, no. 1, pp. 18–33, 2022.

[15] E. Sari, A. Sani, and M. K. Djafar, "Analisis Model Epidemi Penyebaran Tuberkulosis Dengan Struktur Umur," *JOSTECH J. Sci. Technol.*, vol. 3, no. 2, pp. 133–143, 2023.

[16] T. D. Chandra and A. A. Putri, "Analisis Kestabilan Model Epidemi Sjat Pada Penyebaran Penyakit Aids Di Kecamatan Pujer Kabupaten Bondowoso," *J. MIPA*, vol. 10, no. 2, p. 59, 2021, doi: 10.35799/jmuo.10.2.2021.34090.

[17] Mahuda I, "Model Pengendalian Penyebaran HIV/AIDS di Kalangan IDUs (Injecting Drug Users) dengan NEP (Needle Exchange Program)," vol. 7, no. 2, pp. 96–111, 2017.