

f-DERIVASI DARI PSEUDO BE-ALJABAR

Sri Gemawati^{1✉}, Nussy Indryantika², Kartini³

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau,
Pekanbaru, Indonesia^{1,2,3}

email: sri.gemawati@lecturer.unri.ac.id¹

Received 08 September 2024,

Accepted 22 September 2024,

Published 31 Maret 2025

Abstrak

BE-aljabar $(B; *, 1)$ adalah suatu himpunan tak kosong B dengan operasi biner $*$ dan konstanta 1 yang memenuhi aksioma-aksioma berikut: (BE1) $a * a = 1$, (BE2) $a * 1 = 1$, (BE3) $1 * a = a$, dan (BE4) $a * (b * c) = b * (a * c)$ untuk setiap $a, b, c \in B$. Sebagai generalisasi dari BE-aljabar diperkenalkan konsep *pseudo* BE-aljabar, yaitu aljabar $(E; *, \circ, 1)$ yang memenuhi aksioma-aksioma berikut: (pBE1) $a * a = 1$ dan $a \circ a = 1$, (pBE2) $a * 1 = 1$ dan $a \circ 1 = 1$, (pBE3) $1 * a = a$ dan $1 \circ a = a$, (pBE4) $a * (b \circ c) = b \circ (a * c)$, dan (pBE5) $a * b = 1 \Leftrightarrow a \circ b = 1$ untuk setiap $a, b, c \in E$. Dalam artikel ini, diperkenalkan konsep f -derivasi di *pseudo* BE-aljabar. f -derivasi δ_f dalam *pseudo* BE-aljabar $(E; *, \circ, 1)$ didefinisikan sebagai pemetaan dari E ke E yang memenuhi persamaan $\delta_f(x * y) = (f(x) * \delta_f(y)) \odot (\delta_f(x) * f(y))$, dimana f merupakan endomorfisma dari E , dan $x \odot y = (y \circ x) * x$ untuk setiap $x, y \in E$. Berdasarkan definisi ini, dikonstruksi berbagai sifat f -derivasi di *pseudo* BE-aljabar berupa konsep reguler, formula sederhana untuk f -derivasi suatu elemen, hubungan antara endomorfisma f dengan f -derivasi, serta beberapa sifat terkait relasi $\leq$ di *pseudo* BE-aljabar.

Kata Kunci: *Pseudo* BE-aljabar; f -derivasi BE-aljabar; endomorfisma.

Abstract

A BE-algebra $(B; *, 1)$ is a non-empty set B with a binary operation $*$ and a constant 1 that satisfies the following axioms: (BE1) $a * a = 1$, (BE2) $a * 1 = 1$, (BE3) $1 * a = a$, and (BE4) $a * (b * c) = b * (a * c)$ for all $a, b, c \in B$. As a generalization of BE-algebra, the concept of pseudo BE-algebra is introduced, which is an algebra $(E; *, \circ, 1)$ satisfying the following axioms: (pBE1) $a * a = 1$ and $a \circ a = 1$, (pBE2) $a * 1 = 1$ and $a \circ 1 = 1$, (pBE3) $1 * a = a$ and $1 \circ a = a$, (pBE4) $a * (b \circ c) = b \circ (a * c)$, and (pBE5) $a * b = 1 \Leftrightarrow a \circ b = 1$ for all $a, b, c \in E$. In this paper, the concept of f -derivation in pseudo BE-algebra is introduced. The f -derivation δ_f in pseudo BE-algebra $(E; *, \circ, 1)$ is defined as a mapping from E to E that satisfies the equation $\delta_f(x * y) = (f(x) * \delta_f(y)) \odot (\delta_f(x) * f(y))$, where f is an endomorphism of E , and $x \odot y = (y \circ x) * x$ for all $x, y \in E$. Based on this definition, various properties of f -derivation in pseudo BE-algebra are constructed, including the concept of regularity, simple formulas for the f -derivation of an element, the relationship between the endomorphism f and the f -derivation, as well as several properties related to the relation $\leq$ in pseudo BE-algebra.

Keywords: *Pseudo* BE-algebra; f -derivation BE-algebra; endomorphism.

✉ Corresponding author

PENDAHULUAN

Dalam teori aljabar, konsep derivasi berperan penting dalam memahami struktur dan sifat-sifat aljabar. Derivasi klasik, yang umumnya didefinisikan dalam konteks ring atau aljabar lainnya diperlukan untuk mempelajari perubahan dan hubungan internal dalam struktur aljabar tersebut. Namun, ketika kita beralih ke struktur yang lebih khusus, seperti BE-aljabar [1], tantangan baru muncul dalam mendefinisikan dan menganalisis derivasi. Dalam BE-aljabar, derivasi didefinisikan sebagai pemetaan yang mematuhi aturan tertentu, dan banyak penelitian telah berfokus pada karakterisasi dan sifat-sifat derivasi ini. Misalnya, teori derivasi di BE-aljabar telah dikembangkan untuk mengidentifikasi kondisi-kondisi di mana derivasi dapat berupa identitas atau memberikan hasil tertentu berdasarkan operasi internal BE-aljabar [2]. Penelitian tentang konsep derivasi pada struktur aljabar yang memiliki satu operasi biner telah banyak dilakukan, misalnya pada [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9]. Namun, penelitian tentang derivasi pada struktur aljabar yang memiliki dua operasi biner masih terbilang sedikit.

Meskipun konsep derivasi dalam aljabar telah banyak dikaji, terdapat celah penelitian pada struktur aljabar dengan dua operasi biner, seperti *pseudo BE-aljabar*. *Pseudo BE-aljabar* [10] merupakan generalisasi dari BE-aljabar. Aljabar ini ditandai dengan adanya dua operasi biner, yaitu $*$ dan $\circ$, serta 1 sebagai elemen khusus, dan dilengkapi dengan aksioma-aksioma tertentu. Para peneliti telah mengkaji beberapa konsep terkait *pseudo BE-aljabar*, seperti pada [11], [12], [13], [14], [15]. Sifat kompleks dan interaksi antara dua operasi biner dalam *pseudo BE-aljabar* menimbulkan tantangan baru dalam pengembangan konsep derivasinya.

Adapun konsep f -derivasi adalah upaya untuk memperluas ide derivasi dengan memasukkan endomorfisma f dari aljabar tersebut. Konsep f -derivasi telah dibahas dalam BE-aljabar [16]. Suatu pemetaan δ dari BE-aljabar $(B; *, 1)$ disebut f -derivasi di B jika memenuhi $\delta(x * y) = (f(x) * \delta(y)) \vee (\delta(x) * f(y))$ dengan f adalah endomorfisma dari B , dan $x \vee y = (y * x) * x$ untuk setiap $x, y \in B$. Dengan mengembangkan konsep f -derivasi dalam *pseudo BE-aljabar*, dapat lebih dipahami bagaimana interaksi antara operasi biner dan endomorfisma dapat memengaruhi struktur dan sifat aljabar tersebut. Pemahaman yang lebih mendalam ini tidak hanya memberikan kontribusi teoretis terhadap bidang aljabar, tetapi juga berpotensi membuka jalan untuk aplikasi lebih lanjut dalam bidang lain, seperti logika, teori himpunan, atau bahkan ilmu komputer, di mana struktur aljabar sering digunakan.

Artikel ini bertujuan untuk mendefinisikan dan menyelidiki sifat-sifat f -derivasi dalam *pseudo BE-aljabar*, memberikan kontribusi baru terhadap teori aljabar, serta mengidentifikasi dan membahas contoh-contoh yang relevan untuk memahami implikasi dari definisi ini. Adapun sifat-sifat yang diperoleh berupa

konsep reguler, formula sederhana untuk f -derivasi suatu elemen, hubungan antara endomorfisma f dengan f -derivasi, dan beberapa sifat terkait relasi $\leq$ di *pseudo* BE-aljabar.

Oleh karena itu, penelitian ini menjadi penting untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan mendasar tentang bagaimana f -derivasi berperan dalam *pseudo* BE-aljabar dan bagaimana konsep ini dapat memperluas pengetahuan kita tentang struktur-struktur aljabar yang lebih kompleks. Dengan memberikan kontribusi baru dalam bentuk definisi, sifat-sifat, dan contoh f -derivasi dalam *pseudo* BE-aljabar, penelitian ini diharapkan dapat menjadi pijakan bagi studi lebih lanjut di bidang aljabar dan bidang terkait lainnya.

METODOLOGI

Metode penelitian ini adalah studi literatur dengan mengkaji dan mempelajari referensi yang berkaitan dengan topik penelitian, lalu mengembangkannya menjadi konsep baru. Berikut ini diberikan teori dasar yang diperlukan dalam pengkonstruksian derivasi di *pseudo* BE-aljabar.

Definisi 2.1. [1] Suatu aljabar $(X; *, 1)$ dikatakan BE-aljabar jika memenuhi aksioma-aksioma berikut:

$$(BE1) \quad x * x = 1,$$

$$(BE2) \quad x * 1 = 1,$$

$$(BE3) \quad 1 * x = x,$$

$$(BE4) \quad x * (y * z) = y * (x * z),$$

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Misalkan $(X; *, 1)$ adalah BE-aljabar. Didefinisikan relasi $\leq$ pada X sebagai $x \leq y$ jika dan hanya jika $x * y = 1$ untuk setiap $x, y \in X$.

Contoh 1. Misalkan $A = \{1, a, b, c, d, e\}$ adalah suatu himpunan yang didefinisikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Tabel untuk $(A; *, 1)$

*	1	a	b	c	d	e
1	1	a	b	c	d	e
a	1	1	a	c	c	d
b	1	1	1	c	c	c
c	1	a	b	1	a	b
d	1	1	a	1	1	a
e	1	1	1	1	1	1

Berdasarkan Tabel 1 dapat ditunjukkan bahwa $(A; *, 1)$ adalah BE-aljabar.

Proposisi 2.2. [1] Misalkan $(X; *, 1)$ adalah BE-aljabar, maka $x * (y * x) = 1$ untuk setiap $x, y, z \in X$.

Misalkan $(X; *, 1)$ adalah BE-aljabar. Didefinisikan $x \vee y = (y * x) * x$ untuk setiap $x, y \in X$. Suatu pemetaan f dari X ke dirinya sendiri dikatakan **endomorfisma** dari X jika memenuhi: $f(x * y) = f(x) * f(y)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Definisi 2.3. [16] Suatu *self-map* δ pada BE-aljabar $(X; *, 1)$ disebut *f-derivasi* di X jika memenuhi $\delta(x * y) = (f(x) * \delta(y)) \vee (\delta(x) * f(y))$ untuk setiap $x, y \in X$, dengan f adalah endomorfisma di X .

Definisi 2.4. [2] Misalkan $(X; *, 1)$ adalah BE-aljabar. Suatu pemetaan *self-map* δ dari X disebut reguler jika $\delta(1) = 1$.

Definisi 2.5. [10] Suatu aljabar $(E; *, \circ, 1)$ dikatakan *pseudo BE-aljabar* jika memenuhi aksioma-aksioma berikut:

$$(PBE1) \ x * x = 1 \text{ dan } x \circ x = 1,$$

$$(PBE2) \ x * 1 = 1 \text{ dan } x \circ 1 = 1,$$

$$(PBE3) \ 1 * x = x \text{ dan } 1 \circ x = x,$$

$$(PBE4) \ x * (y \circ z) = y \circ (x * z),$$

$$(PBE5) \ x * y = 1 \text{ jika dan hanya jika } x \circ y = 1,$$

untuk setiap $x, y, z \in E$.

Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE*-aljabar. Didefinisikan relasi $\leq$ pada E sebagai $x \leq y$ jika dan hanya jika $x * y = 1$ jika dan hanya jika $x \circ y = 1$ untuk setiap $x, y \in E$.

Proposisi 2.6. [10] Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE*-aljabar, maka identitas berikut berlaku untuk setiap $x, y, z \in E$:

- (i) $x * (y \circ x) = 1, x \circ (y * x) = 1,$
- (ii) $x \circ (y \circ x) = 1, x * (y * x) = 1,$
- (iii) $x \circ ((x \circ y) * y) = 1, x * ((x * y) \circ y) = 1,$
- (iv) $x * ((x \circ y) * y) = 1, x \circ ((x * y) \circ y) = 1,$
- (v) jika $x \leq y * z$, maka $y \leq x \circ z$,
- (vi) jika $x \leq y \circ z$, maka $y \leq x * z$,
- (vii) $1 \leq x$ mengakibatkan $x = 1$,
- (viii) jika $x \leq y$, maka $x \leq z * y$ dan $x \leq z \circ y$,
- (ix) jika $x * y = z$, maka $y * z = y \circ z = 1$ (jika $x * y = z$, maka $y * z = y \circ z = 1$),
- (x) jika $x * y = x$ dan $x \neq 1$, maka $x \circ y \neq y$,
- (xi) jika $x * y = y$ dan $x \neq 1$, maka $x \circ y \neq x$,
- (xii) jika $x * y = x$ dan $x \circ y = z$, maka $x * z = x \circ z = 1$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian yang diperoleh adalah definisi f -derivasi di *pseudo BE*-aljabar dan sifat-sifatnya.

Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE*-aljabar. Suatu pemetaan f dari E ke dirinya sendiri dikatakan **endomorfisma** dari E jika memenuhi: $f(x * y) = f(x) * f(y)$ dan $f(x \circ y) = f(x) \circ f(y)$ untuk setiap $x, y \in E$. Kemudian, didefinisikan **operasi $\odot$** pada E sebagai $x \odot y = (y \circ x) * x$ untuk setiap $x, y \in E$. Berdasarkan operasi tersebut didefinisikan f -derivasi di *pseudo BE*-aljabar.

Definisi 3.1. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE*-aljabar. Suatu pemetaan $\delta_f: E \rightarrow E$ dengan f adalah endomorfisma di E disebut f -derivasi di E jika memenuhi $\delta_f(x * y) = (f(x) * \delta_f(y)) \odot (\delta_f(x) * f(y))$ untuk setiap $x, y \in E$.

Contoh 1. Misalkan $E = \{1, a, b\}$. Didefinisikan operasi $*$ dan $\circ$ sebagai berikut:

Tabel 2: Tabel Cayley untuk $(E; *, 1)$

$*$	1	a	b
1	1	a	b
a	1	1	b
b	1	a	1

Tabel 3: Tabel Cayley untuk $(E; \circ, 1)$

$\circ$	1	a	b
1	1	a	b
a	1	1	a
b	1	b	1

Dapat ditunjukkan bahwa $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE-aljabar. Didefinisikan pemetaan δ_f dan f sebagai berikut:

$$\delta_f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x = 1, b \\ b & \text{jika } x = a. \end{cases}$$

dan

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x = 1 \\ b & \text{jika } x = a \\ a & \text{jika } x = b \end{cases}$$

Dapat dibuktikan bahwa f adalah endomorfisma dari E dan δ_f adalah f -derivasi di E .

Berikut ini diberikan sifat-sifat f -derivasi di *pseudo* BE-aljabar.

Teorema 3.2. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE-aljabar. Jika δ_f adalah f -derivasi di E , maka δ_f reguler.

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE-aljabar. Karena δ_f adalah f -derivasi di E , dengan menggunakan aksioma PBE3 dan PBE2 diperoleh

$$\begin{aligned} \delta_f(1) &= \delta_f(1 * 1) \\ &= (f(1) * \delta_f(1)) \odot (\delta_f(1) * f(1)) \\ &= (1 * \delta_f(1)) \odot (\delta_f(1) * 1) \\ &= \delta_f(1) \odot 1 \\ &= (1 \circ \delta_f(1)) * \delta_f(1) \\ &= \delta_f(1) * \delta_f(1) \\ \delta_f(1) &= 1. \end{aligned}$$

Jadi, terbukti bahwa jika δ_f adalah f -derivasi di E , maka δ_f reguler.

Teorema 3.3. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE-aljabar. Jika δ_f adalah f -derivasi di E , maka $\delta_f(x) = \delta_f(x) \odot f(x)$ untuk setiap $x \in E$.

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Karena δ_f adalah f -derivasi di E , dengan menggunakan aksioma *PBE3* dan Teorema 3.2 diperoleh

$$\begin{aligned}\delta_f(x) &= \delta_f(1 * x) \\ &= (f(1) * \delta_f(x)) \odot (\delta_f(1) * f(x)) \\ &= (1 * \delta_f(x)) \odot (\delta_f(1) * f(x)) \\ &= \delta_f(x) \odot (1 * f(x)) \\ \delta_f(x) &= \delta_f(x) \odot f(x).\end{aligned}$$

Jadi, terbukti bahwa jika δ_f adalah f -derivasi di E , maka $\delta_f(x) = \delta_f(x) \odot f(x)$ untuk setiap $x \in E$.

Teorema 3.4. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Jika $1 \leq f(x)$ untuk setiap $x \in E$, maka $\delta_f(x) = 1$ untuk setiap $x \in E$.

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Jika $1 \leq f(x)$, maka dari Proposisi 2.6 (vii) diperoleh $f(x) = 1$ untuk setiap $x \in E$. Kemudian, dari (i), aksioma *PBE3*, dan *PBE1* diperoleh

$$\begin{aligned}\delta_f(x) &= \delta_f(x) \odot f(x) \\ &= \delta_f(x) \odot 1 \\ &= (1 \circ \delta_f(x)) * \delta_f(x) \\ &= \delta_f(x) * \delta_f(x) \\ \delta_f(x) &= 1.\end{aligned}$$

Jadi, terbukti bahwa jika $1 \leq f(x)$ untuk setiap $x \in E$, maka $\delta_f(x) = 1$ untuk setiap $x \in E$.

Teorema 3.5. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Jika δ_f adalah f -derivasi dari E , maka $f(x) \leq \delta_f(x)$ untuk setiap $x \in E$.

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Karena δ_f adalah f -derivasi di E , maka dari Teorema 3.3, aksioma *PBE4*, dan *PBE1* diperoleh

$$\begin{aligned}f(x) \circ \delta_f(x) &= f(x) \circ (\delta_f(x) \odot f(x)) \\ &= f(x) \circ [(f(x) \circ \delta_f(x)) * \delta_f(x)] \\ &= (f(x) \circ \delta_f(x)) * (f(x) \circ \delta_f(x)) \\ f(x) \circ \delta_f(x) &= 1 \\ f(x) &\leq \delta_f(x).\end{aligned}$$

Jadi, terbukti bahwa jika δ_f adalah f -derivasi dari E , maka $f(x) \leq \delta_f(x)$ untuk setiap $x \in E$.

Teorema 3.6. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo BE-aljabar*. Jika δ_f adalah f -derivasi dari E , maka $f(x) \leq 1$ untuk setiap $x \in E$.

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE -aljabar. Karena δ_f adalah f -derivasi di E , dari Teorema 3.5 diperoleh $f(x) \leq \delta_f(x)$ untuk setiap $x \in E$. Kemudian, dengan menggunakan Proposisi 2.6 (viii), dengan mengganti z menjadi $\delta_f(x)$ diperoleh $f(x) \leq \delta_f(x) * \delta_f(x)$, dan dengan menggunakan aksioma $PBE1$ diperoleh $f(x) \leq 1$ untuk setiap $x \in E$.

Teorema 3.7. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE -aljabar. Jika f adalah endomorfisma dari E , maka f adalah f -derivasi di E .

Bukti. Misalkan $(E; *, \circ, 1)$ adalah *pseudo* BE -aljabar. Karena f adalah endomorfisma dari E , dengan menggunakan aksioma $PBE1$ dan $PBE3$ diperoleh

$$\begin{aligned} (f(x) * f(y)) \odot (f(x) * f(y)) &= f(x * y) \odot f(x * y) \\ &= (f(x * y) \circ f(x * y)) * f(x * y) \\ &= 1 * f(x * y) \\ (f(x) * f(y)) \odot (f(x) * f(y)) &= f(x * y). \end{aligned}$$

Jadi, terbukti bahwa jika f adalah endomorfisma dari E , maka f adalah f -derivasi di E .

SIMPULAN

Penelitian ini menghadirkan kontribusi signifikan dalam pengembangan teori aljabar dengan mendefinisikan konsep f -derivasi pada *pseudo* BE -aljabar. Meskipun konsep derivasi telah dibahas dalam konteks struktur aljabar lainnya, f -derivasi di *pseudo* BE -aljabar menunjukkan pendekatan yang lebih kompleks karena melibatkan dua operasi biner ($*$ dan $\circ$) serta endomorfisma f . Hal ini membuat sifat-sifat yang diperoleh menjadi berbeda dan lebih mendalam dibandingkan dengan sifat derivasi di BE -aljabar atau aljabar lainnya yang hanya memiliki satu operasi biner. Misalnya, dalam penelitian ini ditunjukkan bahwa keteraturan f -derivasi dalam *pseudo* BE -aljabar sangat dipengaruhi oleh interaksi antara kedua operasi tersebut, sesuatu yang tidak ditemukan dalam penelitian sebelumnya.

Selain itu, pengenalan operasi baru $\odot$, yang didefinisikan sebagai $x \odot y = (y \circ x) * x$ untuk setiap x, y adalah elemen dari *pseudo* BE -aljabar, memiliki peran penting dalam memahami f -derivasi di *pseudo* BE -aljabar. Operasi ini diperkenalkan untuk menangkap dan menggambarkan interaksi yang lebih kompleks antara operasi $*$ dan $\circ$, serta untuk memfasilitasi analisis terhadap f -derivasi. Motivasi di balik pengenalan operasi $\odot$ adalah untuk menciptakan struktur yang memungkinkan analisis yang lebih komprehensif terhadap sifat-sifat f -derivasi, karena tanpa operasi ini, keterkaitan antara dua operasi biner dan endomorfisma tidak dapat dijelaskan dengan baik. Dengan demikian, pengenalan operasi $\odot$ tidak hanya memberikan pendekatan baru dalam mengkaji f -derivasi

tetapi juga memperkaya struktur *pseudo* BE-aljabar itu sendiri.

Kontribusi ini menunjukkan bahwa penelitian ini berhasil mengidentifikasi dan memformulasikan sifat-sifat baru dalam *pseudo* BE-aljabar yang tidak hanya memperluas konsep derivasi yang ada tetapi juga menghadirkan inovasi yang berdampak pada pengembangan teori aljabar secara keseluruhan.

Secara garis besar, sifat-sifat yang diperoleh adalah konsep reguler, yaitu setiap f -derivasi di *pseudo* BE-aljabar adalah reguler. Kemudian, diperoleh formula sederhana untuk menentukan nilai f -derivasi dari suatu elemen, hubungan antara endomorfisma f dengan f -derivasi, yaitu setiap endomorfisma adalah f -derivasi, dan beberapa sifat terkait relasi $\leq$ di *pseudo* BE-aljabar.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset, Teknologi, dan Pengabdian kepada Masyarakat (DRTPM) atas dukungan pendanaan yang diberikan melalui skema penelitian tahun 2024 dengan nomor kontrak 083/E5/PG.02.00.PL/2024, sehingga penelitian ini dapat dilaksanakan dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] H. Sik Kim and Y. Hee Kim, "On BE-Algebras," 2006.
- [2] K. H. Kim and S. M. Lee, "On Derivations of BE-algebras," *Honam Mathematical Journal*, vol. 36, no. 1, pp. 167–178, Mar. 2014, doi: 10.5831/hmj.2014.36.1.167.
- [3] S. Gemawati, Mashadi, Musraini, and E. Fitria, "fq-Derivation of BP-algebras," *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 2023.
- [4] S. Gemawati, A. Sirait, M. M, and E. Fitria, "fq-Derivations of BN1-Algebras," *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, vol. 67, no. 11, pp. 1–13, Nov. 2021, doi: 10.14445/22315373/ijmtt-v67i11p501.
- [5] T. F. Siswanti, S. Gemawati, and Syamsudhuha, "t-Derivations in BP-algebras," 2021. [Online]. Available: <https://sintechcomjournal.com/index.php/stc/index>
- [6] E. Yattaqi, S. Gemawati, and I. Hasbiyati, "fq-derivasi di BM-aljabar," *Jambura Journal of Mathematics*, vol. 3, no. 2, pp. 155–166, Jun. 2021, doi: 10.34312/jjom.v3i2.10379.
- [7] W. Anhari, S. Gemawati, and I. Hasbiyati, "On q-Derivations of BE-Algebras," *International Journal of Mathematics and Computer Research*, vol. 10, no. 08, Aug. 2022, doi: 10.47191/ijmcr/v10i8.04.
- [8] W. Anhari, S. Gemawati, and I. Hasbiyati, "On t-Derivations of BE-algebras," *International Journal of Mathematics and Computer Reearch*, vol. 10, no. 06, Jun. 2022, doi: 10.47191/ijmcr/v10i6.04.
- [9] E. Fitria, E. Dwi Jayanti, and S. Gemawati, "Generalisasi q-derivasi di BE-aljabar," 2023. doi: DOI: <https://doi.org/10.15548/map.v5i1.6094>.

- [10] R. Ameri, A. Borumand Saeid, R. Borzooei, A. Radfar, and A. Rezaei, "On pseudo BE-algebras," *Discussiones Mathematicae - General Algebra and Applications*, vol. 33, no. 1, p. 95, 2013, doi: 10.7151/dmgaa.1193.
- [11] L. C. Ciungu, A. B. Saeid, and A. Rezaei, "Modal operators on pseudo-BE algebras," 2020.
- [12] S. S. Ahn, Y. J. Seo, and Y. B. Jun, "Pseudo subalgebras and pseudo filters in pseudo BE-algebras," *AIMS Mathematics*, vol. 8, no. 2, pp. 4964–4972, 2023, doi: 10.3934/math.2023248.
- [13] L. C. Ciungu, "Commutative pseudo BE-algebras," 2016.
- [14] A. Rezaei, "Pseudo-BCK algebras derived from directoids," 2022.
- [15] A. Aslam, F. Hussain, and H. S. Kim, "Generalized pseudo BE-algebras," *Honam Mathematical J*, vol. 43, no. 2, pp. 325–342, 2021, doi: 10.5831/HMJ.2021.43.2.325.
- [16] K. H. Kim and B. Davvaz, "ON f -DERIVATIONS OF BE-ALGEBRAS," *Journal of the Chungcheong Mathematical Society*, vol. 28, no. 1, pp. 127–138, Feb. 2015, doi: 10.14403/jcms.2015.28.1.127.