**Keekivalenan Presentasi Grup** $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $**dan** $\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 $**menggunakan Transformasi Tietze**

**Dedi Mardianto🖂1**

dedimardianto91@gmail.com

(Matematika, STIE SUMBAR Pariaman)

**Received tanggal bulan tahun, Accepted tanggal bulan tahun, Published tanggal bulan tahun**

**Abstrak**

Pada penelitian ini membahas tentang transformasi untuk dua presentasi grup berbeda yang mendefinisikan grup yang sama. Diberikan dua presentasi grup $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $ dan $\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 $. Ditunjukkan bahwa $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $dan $\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 $adalah ekivalen atau isomorpis. Untuk menunjukan ini di gunakan transformasi tietze.

**Kata Kunci:***presentasi grup;transformasi tietze*.

Abstract

This paper discuss about transformation for two group presentation. Let group presentation $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $and $\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 .$ We can get $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $and$\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 $ is isomorphic. It is shown that using Tietze transformation.

**Keywords:***group presentation; tietze transformation.*

🖂Corresponding author

# **PENDAHULUAN**

Misalkan $Ρ=\left〈a,r\right〉$ presentasi grup yang mendefinisikan grup $G$. Dari presentasi ini dapat diperoleh grup fundamental pertama $π\_{1}(Ρ)$ atas $Ρ$. Unsur-unsur dari $π\_{1}\left(Ρ\right)$ adalah kelas-kelas ekivalensi dari word $\left[W\right]$. Selanjutnya dari presentasi ini juga diperoleh picture atas $Ρ$ ((Pride 1991)). Suatu picture atas $Ρ$ disebut spherical picture jika semua lengkung dalam $Ρ$ tidak menyentuh disk batas. Selanjutnya diperoleh grup fundamental kedua $π\_{2}\left(Ρ\right)$ yang unsur-unsurnya merupakan kelas-kelas ekivalensi dari spherical picture $Ρ.$ Untuk membangun generator dari $π\_{1}\left(Ρ\right)$ ke $π\_{2}\left(Ρ\right)$ dari suatu presentasi grup ke presentasi grup yang lain maka perlu kita buktikan ke ekivalenan atau isomorfis kedua presentasi grup tersebut .Pada artikel ini akan dibahas tentang keekivalenan presentasi grup $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $dan$\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉$. Metode yang digunakan adalah metode transformasi tietze ((Yanita dan Ahmad (Universitas Andalas) 2013)). Teori transformasi Tietze dapat dilihat pada (Johnson 1997)

**LANDASAN TEORI**

Andaikan $G$ sebarang grup. Presentasi grup untuk grup $G$ adalah $P=\left〈x;r\right〉$ pasangan yang menuat himpunan x sebagai generator dan himpunan r yang merupakan himpunan word tereduksi secara siklik pada x dan disebut relasi. (Baik 1998). Contoh : grup siklik berhingga dengan orde n mempunya presentasi $C\_{n}=\left〈a;a^{n}=1\right〉$. Definisi Transformasi Tietze yang ditulis disini adalah yang terdapat pada (Johnson 1997)dan (Magnus 1976). Definisi transformasi tietze secara umum dapat dilihat sebagai berikut :

$\left[T\_{1}\right]$ Andaikan $P\_{1}=\left〈x;r\right〉$ dan $P\_{2}=\left〈y;s\right〉 $ presentasi yang mendefinisikan grup G. Jika word S boleh direduksi dari unsur-unsur dalam r, maka tambahkan S kedalam himpunan relator, $\left〈x;r\right〉\rightarrow \left〈x;S,r\right〉$

$\left[T\_{2}\right]$ Jika word S boleh direduksi dari unsure-unsur dalam r, maka hapuskan S dari dalam relator $\left〈x;S,r\right〉\rightarrow \left〈x;r\right〉$ ($\left[T\_{2}\right] $merupakan kebalikan dari $\left[T\_{1}\right]$)

$\left[T\_{3}\right] $ jika R adalah word pada x, dan y bukan suatu symbol yang bukan dalam himpunan generator maka masukkan y ke dalam, tambahkan y kedalam himpunan generator dan tambahkan word $y^{-1}R$ kedalam himpunan relator

$\left[T\_{4}\right] $ jika terdapat relator berbentuk $y^{-1}R \in r, y\in x$ dimana y bukan terjadi dalam R, hapuskan $y^{-1}R $dan hapuskan y dari himpunan generator, ubah semua y dalam word-word relator dengan R. ($\left[T\_{4}\right] $merupakan kebalikan dari $\left[T\_{3}\right]$)

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Sesuai dengan tujuan tulisan ini adalah untuk menunjukan keekivalenan atau isomorfis presentasi grup $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $ dan presentasi grup $\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉$ maka dipunya sifat berikut :

**Lemma 2.1** Misalkan $P\_{1}=\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $dan $P\_{2}=\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉 $adalah dua presentasi grup maka $P\_{1} $ isomorfis dengan $P\_{2} $

**Bukti :**

Pembuktian dilakukan bertahap yaitu melakukan transformasi tietze dari $P\_{1}=\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 \rightarrow P\_{2}=\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉$.

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y|y^{-1}xyx,y^{-2}xyxy,x^{-1}yxy\right〉 $

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y|y^{-1}xyx,y^{-2}xyxy,x^{-1}yxy,x^{-2}xyxy\right〉 $

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y|y^{-1}xyx,y^{-2}xyxy,x^{-1}yxy,x^{-2}xyxy,x^{2}y^{-2}\right〉 $

$\left[T\_{2}\right] $ $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy,x^{2}y^{-2}\right〉 $

$\left[T\_{3}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{-1}yxy,x^{2}y^{-2}\right〉 $

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{-1}yxy,x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx\right〉 $

$\left[T\_{2}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx\right〉 $

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx, yy^{-1}xyyx\right〉 $

 $\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx, yy^{-1}xyyx,z^{2}\right〉 $

$\left[T\_{1}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},y^{-1}xyx,x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx, yy^{-1}xyyx,z^{2},x^{4}\right〉 $

$\left[T\_{2}\right] $ $\left〈x,y,z|x^{2}z^{-1},x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx ,z^{2},x^{4}\right〉 $

$\left[T\_{4}\right] $ $\left〈x,y|x^{2}y^{-2},yx^{-1}yx ,x^{4}\right〉 $

Transformasi tietze tidak mengubah grup yang disefinisikan oleh suatu presentasi, seperti disebutkan oleh teorema berikut :

**Teorema 1. (**(F 2004)**)**

Andaikan grup yang dipresentasikan oleh dua presentasi $\left〈x;r\right〉$ dan $\left〈y;s\right〉 $ adalah berisomorfisma . Maka terdapat suatu barisan transformati tietze dari $\left〈x;r\right〉 $ke $\left〈y;s\right〉$. Jika presentasi ini keduanya barisan berhingga, barisan transformasi tietze dapat menjadi suatu jumlah berhingga dari langkah transformasi tunggal.

**SIMPULAN**

Diberikan dua presentasi grup yang berbeda yang mendefinisikan grup yang saya yaitu $\left〈x,y|y^{-1}xyx,x^{-1}yxy\right〉 $dan$\left〈x,y|x^{4},x^{2}y^{-2},x^{-1}yxy\right〉$. Dibuktikan dua presentasi tersebut ekivalen atau isomorfis dengan menggunakan transformasi tietze.

**DAFTAR PUSTAKA**

Baik, Y. G. Harlander. 1998. “The Geometry of Group Extension J Group Theory.” In *The Geometry of Group Extension J Group Theory*, 395–416.

F, Miller III C. 2004. “Combinatorial Group Theory.” In *Lecturer Notes*.

Johnson, D.L. 1997. *Presentation of Group*.

Magnus, W Karras A and Solitary ( New York). 1976. “Combinatorial Group Theory : Presentation of Groups in Terms of Generator and Relation.” *Dover Publication*.

Pride, S. J. 1991. “Identities Among Relation of Groups Presentation, In Group Theory from Geometrical View Point-Triese.” *World Sciencetific Publishing Co*, 687–717.

Yanita dan Ahmad (Universitas Andalas). 2013. “Computing Generator of Second Homotopy Module Using Tietze Transformation Methods.” *International of Journal of Contemporary and Mathematical Science* 8 (15): 699–704.