UIN IMAM BONJOL PADANG

Math Educa Journal 5 (2) (2021): 143-153

MATH EDUCA

Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika

Website: http://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/matheduca

Email: mej.uinibpadang@gmail.com

ANALISIS SENSITIVITAS PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN REINFEKSI

[1]Dian Grace Ludji

[1]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas San Pedro, Indonesia

E-mail: [1] dian.ludji@yahoo.com

Received: August 2021; Accepted: September 2021; Published: October 2021

Abstract

This research discusses the mathematical of Tuberculosis disease with reinfection, where there are individuals who are reinfected after undergoing treatment and are declared recover. The mathematical model used is the SEIRE model which is then searched for the equilibrium point, the basic reproduction number (R_0), the stability of the equilibrium point and searched the parameter that most influences the increase in the basic reproduction number so that it is emphasized to reduce the transmission of Tuberculosis. The results showed that the SEIRE model is a mathematical model have two equilibrium points (desease free equilibrium and desease endemic equilibrium where both equilibrium poits are locallyn stable in a constant population based on the value of each parameter used. In the SEIRE model, there are four parameters that affect the basic reproduction number, so that must be suppressed to reduce their transmission. The four parameters are transmission rate (α), infection rate (γ), infection rate (ρ), and reinfection rate (η).

Keywords : *Sensitivity Analysis, Basic Reproductive Numbers, Mathematical Model, SEIRE Model, Tuberculosis*

Abstrak

Penelitian ini membahas tentang model matematika penyakit tuberculosis dengan infeksi ulang, dimana ada individu yang kembali terinfeksi setelah menjalani pengobatan dan dinyatakan sembuh. Model matematika yang digunakan adalah model SEIRE yang kemudian dicari titik keseimbangan, angka reproduksi dasar (R_0), kestabilan titik kesetimbangan dan dicari parameter yang paling berpengaruh terhadap kenaikan angka reproduksi dasar sehingga dapat ditekan untuk mengurangi penyebaran Tuberkulosis. Hasil penelitian menunjukan bahwa model SEIRE merupakan model matematika memiliki dua titik kesetimbangan (titik bebas penyakit dan titik endemik penyakit) dimana kedua titik kesetimbangannya bersifat stabil lokal pada populasi konstan berdasarkan nilai masing-masing parameter yang digunakan. Pada model SEIRE terdapat empat parameter yang berpengaruh terhadap angka reproduksi dasar sehingga harus ditekan agar dapat mengurangi penyebarannya. Keempat parameter itu adalah laju transmisi (α), laju infeksi (γ), laju kesembuhan (ρ), dan laju reinfeksi (η).

Kata Kunci : Analisis Sensitivitas, Bilangan Reproduksi Dasar, Model Matematika, Model SEIRE, Tuberkulosis

*Corresponding author.

Peer review under responsibility UIN Imam Bonjol Padang.

p-ISSN: 2580-6726

e-ISSN: 2598-2133

PENDAHULUAN

Salah satu penyakit menular secara langsung yang banyak menyerang manusia adalah penyakit tuberkulosis (TB). Penyakit ini ditularkan melalui ludah atau dahak dari seseorang yang menderita TB positif yang menyerang paru-paru. Penyakit ini disebabkan oleh kuman atau bakteri *Mycobacterium Tuberculosis* yang berbentuk batang, yang dapat menyebabkan kematian jika tidak disembuhkan.

Pada tahun 2018, *World Health Organization* (WHO) melaporkan bahwa penyakit TB sebagai penyakit darurat global. Indonesia sebagai salah satu negara yang penduduknya banyak menderita penyakit tuberkulosis dengan kasus sebanyak 484.000 orang yang resisten terhadap TB.

Salah satu daerah di Indonesia yang masih banyak penderita atau belum bebas dari penyakit TB ini adalah daerah yang berada di bagian timur Indonesia, yaitu propinsi Nusa Tenggara Timur yang merupakan salah satu daerah endemik penularan penyakit TB. Data yang dikumpulkan dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Nusa Tenggara Timur tahun 2018 menyatakan bahwa jumlah penderita penyakit tuberkulosis mengalami fluktuasi,dimana jumlah penderita pada tahun 2015 ke tahun 2016 mengalami penurunan sekitar ±1.241 orang, pada tahun 2016 ke tahun 2017 meningkat sekitar ±2350 orang dan pada tahun 2018 meningkat lagi sekitar ±2.913 orang. Dilihat dari keadaan tersebut,walaupun kembali mengalami penurunan pada tahun 2016, tetap saja masih membuat masyarakat cemas dengan penyakit tuberkulosis karena adanya peningkatan yang sangat signifikan pada tahun 2016 ke tahun 2018 dengan jumlah total penderita pada tahun 2018 sebanyak 6.583 orang.

Penurunan bahkan peningkatan banyaknya penderita yang terjadi bisa disebabkan karena adanya penderita yang mengalami kesembuhan, ada yang mengalami kematian bahkan ada juga yang belum sembuh atau masih dalam tahap penyembuhan. Dalam catatan Kautsar (2016) dikatakan bahwa penderita bisa sembuh dari penyakit tuberkulosis jika penderita tersebut mau menjalankan proses pengobatan secara teratur. Namun bakteri dalam tubuh seseorang tersebut masih tetap ada, sehingga suatu waktu jika daya tahan tubuh melemah, penyakit ini akan kambuh lagi dan penderita tersebut masuk dalam populasi *exposed.*

Dari keterangan diatas mengenai banyaknya penderita atau pasien penyakit tuberkulosis dan proses pengobatan pasien, dapat dibuat model matematika untuk memudahkan dalam menganalisis penyakit tuberkulosis. Model matematika untuk penyakit TB pernah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, misalnya Muhammad Rifky (2015) tentang Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Tervaksinasi dengan Penyebaran Eksogeneus Reinfection, Syam Rahmat,dkk (2020) tentang Model SEIRS penyebaran penyakit TB di Makasar. Pada penelitian ini akan membahas tentang model matematika penyebaran penyakit TB dengan reinfeksi (infeksi ulang) kemudian dilakukan analisis sensitivitas dari model matematika tersebut untuk melihat parameter mana yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit Tuberkulosis.

METODE PENELITIAN

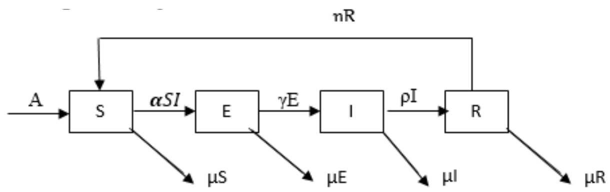
Penelitian ini merupakan penelitian yang menggunakan studi literature, sehingga tidak melakukan penelitian lapangan. Penelitian ini dimulai dengan membuat model matematika dan persamaan diferensialnya, kemudain mencari titik equilibrium, mencari bilangan reproduksi dasar, menentukan kestabilan dari titik equilibrium kemudian melakukan analisis dinamik untuk mencari parameter yang paling berpengaruh dalam menurunkan bilangan reproduksi dasar.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Model yang digunakan pada penelitian ini adalah Model SEIRE *(Susceptible, Exposed, Infected, Recovered, Exposed)*. Model ini dibuat berdasarkan asumsi sebagai berikut:

1. Kelahiran yang terjadi pada populasi akan langsung masuk pada sub populasi rentan.
2. Kemungkinan terjadi kematian yang disebabkan penyakit .
3. Ada dua (2) tipe pasien yang terinfeksi *Mycobacterium Tuberculosis*, yaitu individu laten (sudah tertular namun belum menularkan) dan individu aktif (sudah bisa menularkan ke individu lain).
4. Individu yang sudah sudah sembuh terinfeksi kembali *Mycobacterium Tuberculosis* karena daya tahan tubuh yang lemah sehingga individu tersebut masuk kembali ke dalam populasi *exposed*

Berikut adalah bagan model epidemi **SEIRE**



Gambar 1. Bagan model SEIRE

Berdasarkan bagan di atas, diperoleh persamaan diferensial biasa sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = A - \alpha SI - \mu S$$
$$\frac{dE}{dt} = \alpha SI + \eta R - \gamma E - \mu E \qquad (3.1)$$
$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - \rho I - \mu I$$
$$\frac{dI}{dt} = \rho I - \eta R - \mu R$$

Keterangan:

S : populasi *susceptible*

E : populasi *exposed*

I : populasi *infected*

R : populasi *recovered*

A : laju kelahiran alami

μ : laju kematian alami

α : laju populasi *exposed*

γ : laju populasi *infected*

ρ : laju kesembuhan populasi

η : laju transisi(reinfeksi)

Mencari titik kesetimbangan model

a. Mencari titik bebas penyakit

$\frac{dS}{dt}=\frac{dE}{dt}=\frac{dI}{dt}=\frac{dR}{dt}=0$, dengan

$\frac{dN}{dt}=\frac{dS}{dt}+\frac{dE}{dt}+\frac{dI}{dt}+\frac{dR}{dt}$, sehingga diperoleh titik bebas penyakit adalah $\left(\frac{A}{\mu},0,0,0\right)$

b. Mencari titik endemik penyakit

Diperoleh titik endemik penyakit (S,E,I,R) adalah :

$$\left(\begin{array}{l}\frac{N\mu(\gamma\rho+\eta\rho+\mu\rho+\gamma\eta+\gamma\mu+\mu\eta+\mu^2)}{\alpha\gamma(\mu+\eta)},\\ \frac{(\rho+\mu)N\left(-\mu\gamma\rho-\mu\eta\rho-\mu^2\rho-\mu\gamma\eta-\gamma\mu^2-\mu^2\eta-\mu^3+\alpha\gamma\mu+\alpha\gamma\eta\right)}{\gamma\alpha(\gamma\rho+\eta\rho+\mu\rho+\gamma\eta+\gamma\mu+\mu\eta+\mu^2)},\\ \frac{N(-\mu\gamma\rho-\mu\eta\rho-\mu^2\rho-\mu\gamma\eta-\gamma\mu^2-\mu^2\eta-\mu^3+\alpha\gamma\mu+\alpha\gamma\eta)}{\alpha(\gamma\rho+\eta\rho+\mu\rho+\gamma\eta+\gamma\mu+\mu\eta+\mu^2)},\\ \frac{\rho N\left(-\mu\gamma\rho-\mu\eta\rho-\mu^2\rho-\mu\gamma\eta-\gamma\mu^2-\mu^2\eta-\mu^3+\alpha\gamma\mu+\alpha\gamma\eta\right)}{(\eta+\mu)(\gamma\rho+\eta\rho+\mu\rho+\gamma\eta+\gamma\mu+\mu\eta+\mu^2)\alpha}\end{array}\right)$$

Dari titik endemik penyakit maupun titik bebas penyakit yang diperoleh, maka N=S+E+I+R adalah $S=\frac{A}{\mu}=N \Rightarrow A=\mu N$.

Mencari angka reproduksi dasar (R_0)

Angka reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan metode *the next generation matrix*, dengan angka reproduksi dasar adalah:

$$R_0=\frac{\alpha\gamma(\eta+\mu)}{\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)} \quad (3.2)$$

Angka reproduksi dasar merupakan angka dimana satu individu yang terinfeksi TB dapat menginfeksi sebanyak angka reproduksi dasar yang diperoleh tersebut.

Dari angka reproduksi dasar tersebut, akan dilakukan analisis kestabilan pada setiap titik equilibrium yang diperoleh menggunakan Matriks Jacobian yang dihubungkan dengan angka reproduksi dasar.

Matriks Jacobian yang diperoleh dari persamaan (3.1) sebagai berikut:

$$J=\begin{bmatrix}-\frac{\alpha I}{N}-\mu & 0 & -\frac{\alpha S}{N} & 0\\ \frac{\alpha I}{N} & -\gamma-\mu & \frac{\alpha S}{N} & \eta\\ 0 & \gamma & -\mu-\rho & 0\\ 0 & 0 & \rho & -\eta-\mu\end{bmatrix} \quad (3.3)$$

a. Matriks Jacobian (JE0) dan analisis kestabilan lokal terhadap titik bebas penyakit (E0):

$$JE0=\begin{bmatrix}-\mu & 0 & -\alpha & 0\\ 0 & -\gamma-\mu & \alpha & \eta\\ 0 & \gamma & -\mu-\rho & 0\\ 0 & 0 & \rho & -\eta-\mu\end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Menurut Jafaruddin (2015), jika diagonal suatu matriks (-A)>0 dan det(-A) >0 maka nilai eigen matrks A negatif. Jika nilai eigen matriks A negatif maka sistem dinamik yang direpresentasikan dengan A sebagai matriks Jacobian adalah stabil asimtotik.

Teorema:

R_0<0 jika dan hanya jika titik bebas penyakitnya stabil asimtotik lokal.

Bukti:

$$-JE0=\begin{bmatrix}\mu & 0 & \alpha & 0\\ 0 & \gamma+\mu & -\alpha & -\eta\\ 0 & -\gamma & \mu+\rho & 0\\ 0 & 0 & -\rho & \eta+\mu\end{bmatrix} \quad (3.5)$$

i. $\Rightarrow$ Misal $R_0<1$ dan diagonal utama matriks (-JE0)>0 maka titik bebas penyakit stabil asimtotik lokal,

diagonal utama $-JE0=\begin{bmatrix}\mu\\ \gamma+\mu\\ \mu+\rho\\ \eta+\mu\end{bmatrix}>0$

dan karena $R_0<1$ maka det(-JE0) adalah:

$|-JE0|=-\mu(\theta)>0$, dibuktikan dengan

$$\theta = -\eta\gamma\mu - \eta\mu^2 - \eta\mu\rho - \gamma\mu^2 - \gamma\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho = \alpha\eta\gamma + \alpha\gamma\mu$$

maka:

$$\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)-\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)>0$$
$$\left(1-\frac{\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)}{\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)}\right)\left(\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)\right)>0$$
$$(1-R_0)\left(\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)\right)>0$$
$$(1-R_0)>0$$
$$\therefore R_0>1$$

ii. Misal titik bebas penyakit (E0) stabil asimtotik lokal dan diagonal utama matriks (-JE0)>0 akan dibuktikan $R_0<1$.

Titik bebas penyakit (E0) stabil asimtotik lokal maka -JE0 memiliki nilai eigen negatif. -JE0 memiliki nilai eigen negatif apabila diagonal (-JE0)>0 dan $|-JE0|>0$;

diagonal $-JE0=\begin{bmatrix}\mu\\ \gamma+\mu\\ \mu+\rho\\ \eta+\mu\end{bmatrix}>0$

$|-JE0|>0$;

$$-\mu(-\eta\gamma\mu-\eta\mu^2-\eta\mu\rho-\gamma\mu^2-\gamma\mu\rho-\mu^3-\mu^2\rho+\alpha\eta\gamma+\alpha\gamma\mu)>0$$

apabila $R_0<1$

Karena terbukti i) dan ii) maka titik bebas penyakit (E0) stabil asimtotik lokal. Sehingga ada kaitannya antara titik bebas penyakit dan nilai R_0 dimana titik bebas penyakit yang diperoleh sangat bergantung pada nilai R_0 khususnya pada populasi manusia *exposed* dan populasi manusia *infected*.

Matriks Jacobian (JE1) dan analisis kestabilan lokal

Didefinisikan

$$c=\frac{-\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)+\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)}{(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)}$$

$$d=\frac{\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)}{\gamma(\eta+\mu)}$$

Sehingga menjadi

$$JE1=\begin{bmatrix}-c-\mu & 0 & -d & 0\\ c & -\gamma-\mu & d & \eta\\ 0 & \gamma & -\mu-\rho & 0\\ 0 & 0 & \rho & -\eta-\mu\end{bmatrix}$$

$R_0>1$ jika dan hanya jika titik kesetimbangan endemik penyakit (EE) ada dan stabil asimtotik.

Bukti:

$$-JE1=\begin{bmatrix}c+\mu & 0 & d & 0\\ -c & \gamma+\mu & -d & -\eta\\ 0 & -\gamma & \mu+\rho & 0\\ 0 & 0 & -\rho & \eta+\mu\end{bmatrix}$$

i. $\Rightarrow$ Misalkan $R_0>1$ dan $N,\mu>0$ maka EE ada dan stabil asimtotik lokal.

Karena $N,\mu>0$ maka diagonal utama (-JE1) :

$$-JE1=\begin{bmatrix}\dfrac{-\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)+\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)}{(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)}+\mu\\ \gamma+\mu\\ \mu+\rho\\ \eta+\mu\end{bmatrix}>0$$

Dan karena $R_0>1$ maka det(-JE1) adalah :

$$|-JE1|=\mu(\theta)>0$$

sehingga

$$-\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\rho+\gamma\mu+\mu^2+\mu\rho)+\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)>0\ ,$$

maka

$$\left(\frac{\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)}{\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\rho+\gamma\mu+\mu^2+\mu\rho)}-1\right)\left(\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\rho+\gamma\mu+\mu^2+\mu\rho)\right)>0$$
$$(R_0-1)\left(\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\rho+\gamma\mu+\mu^2+\mu\rho)\right)>0$$
$$(R_0-1)>0$$
$$\therefore R_0>1$$

ii. Misal titik endemik penyakit (EE) ada dan stabil lokal maka akan dibuktikan $R_0 > 1$.

Titik endemik penyakit (EE) ada dan stabil asimtotik lokal maka -JE1 memiliki nilai eigen negatif. Determinan –JE1 memiliki nilai eigen negatif apabila diagonal (-JE1)>0 dan $|-JE1|$ >0.

Diagonal utama dari

$$-JE1 = \begin{bmatrix} \frac{-\mu(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)+\alpha(\eta\gamma+\gamma\mu)}{(\eta\gamma+\eta\mu+\eta\rho+\gamma\mu+\gamma\rho+\mu^2+\mu\rho)}+\mu \\ \gamma+\mu \\ \mu+\rho \\ \eta+\mu \end{bmatrix} > 0$$

$|-JE1| = \mu(\theta) > 0$ apabila $R_0 > 1$

Berdasarkan i) dan ii) disimpulkan bahwa pada titik endemik juga ada kaitannya dengan nilai R_0 dimana titik endemik sangat bergantung pada nilai R_0 khususnya pada populasi manusia *exposed* dan populasi manusia *infected*. Dengan $R_0 > 1$, maka semua nilai eigen bernilai negatif. Dan disimpulkan bahwa titik ini merupakan titik endemik penyakit yang stabil lokal karena nilai dari diagonal utama $-JE1 \geq 0$.

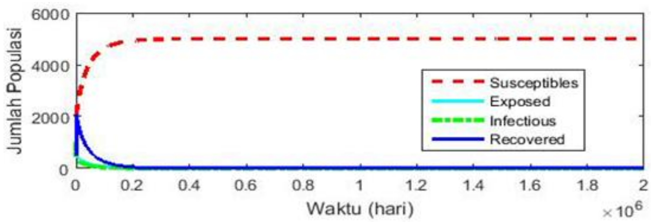
Simulasi Numerik

Simulasi numerik untuk $R_0 < 1$

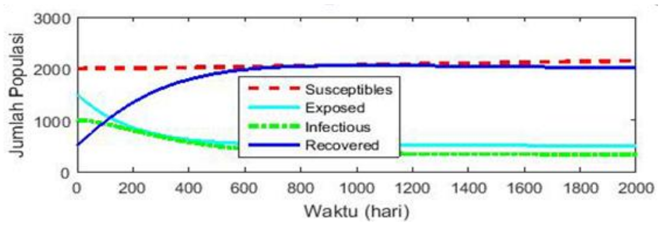
Dalam melakukan simulasi numerik, sama halnya dengan cara pada model (4.1) yaitu diperlukan nilai-nilai parameter yang terdapat dalam model matematika diatas. Nilai-nilai parameter tersebut diperoleh dari rata-rata waktu perpindahan diagnose antar kompartemen dalam satuan waktu tertentu. Nilai-nilai parameter tersebut adalah sebagai berikut:

α=0,0002
N=5000 γ=0,0037
μ=0,000039 ρ=0,0055

Dari parameter di atas, untuk titik bebas penyakit diperoleh nilai sebagai berikut S=5000, E=0, I=0, R=0, dengan nilai reproduksi dasar $R_0 = 0,6124$. Dalam melakukan simulasi numerik ini, dilakukan menggunakan aplikasi *matlab* versi tahun 2016. Diambil sebarang nilai awal dari beberapa jumlah populasi dari suatu daerah dalam waktu tertentu, yaitu: S(0)=2000, E(0)=1500, I(0)=1000, dan R(0)=500, dengan t=0,1,2,...,∞ (hari) maka diperoleh grafik titik bebas penyakitnya adalah:



Gambar 3.2 Grafik titik bebas penyakit



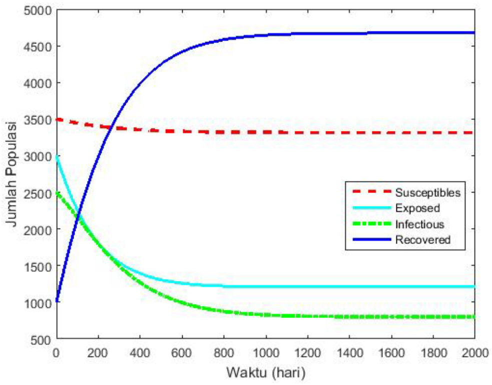
Gambar 3.3 Grafik titik endemic penyakit

Gambar (3.2) merupakan gambar dengan titik bebas penyakit dimana untuk waktu tertentu menunjukkan keadaan yang bebas penyakit karena populasi *recovered, exposed,* dan *infected* menuju konstan pada titik 0. Sedangkan pada Gambar (3.3) memperlihatkan bahwa pada waktu yang tertentu, populasi semakin menuju titik endemik dan konstan pada titik endemik penyakit.

Simulasi Numerik untuk $R_0 > 1$

Untuk titik endemik diambil nilai $\alpha = 0,01$; $\gamma = 0,0037$; μ=0,000039 ; N=10000 ; ρ=0,0055 ; η=0,00091.

Dari nilai parameter tersebut diperoleh angka $R_0 = 0,612$. Selain nilai parameter juga akan ditetapkan jumlah awal setiap kompartemen populasi, yaitu: S(0)=3500, E(0)=3000, I(0)=2500, dan R(0)=1000, dengan t=0,.., ∞ hari. Diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 3.4 Grafik titik endemik penyakit

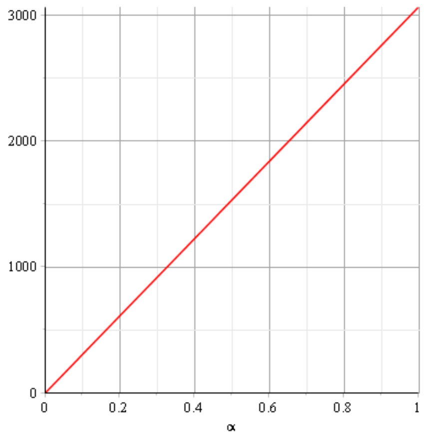
Pada gambar diatas, diperlihatkan grafik titik endemik penyakit hingga t=2000 hari. Dimana setiap titik pada masing-masing kompartemen menuju pada titik endemik yang telah diperoleh dann konstan pada titik tersebut, yaitu S=3266, E=1219, I=807, R=4708. Artinya untuk t menuju tak hingga hari yang akan dating maka masing-masing populasi akan konstan jumlah populasi yang telah diperoleh.

Analisis Sensitivitas

Pada tahap ini akan dilakukan analisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar terhadap beberapa parameter yang mempengaruhi nilai R_0 dan antar parameter dengan mengambil nilai dari parameter-parameter tersebut maka nilai bilangan reproduksi dasar akan selalu berubah dan nilai parameter tetap.

a. R_0 terhadap parameter α.

Pada bagian ini, akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar terhadap parameter α dengan menetapkan nilai dari parameter lain yaitu: parameter $\gamma = 0,0037$, $\mu = 0,000039$, $\eta = 0,00091$ dan parameter $\rho = 0,0055$, diperoleh hasil analisis sebagai berikut:



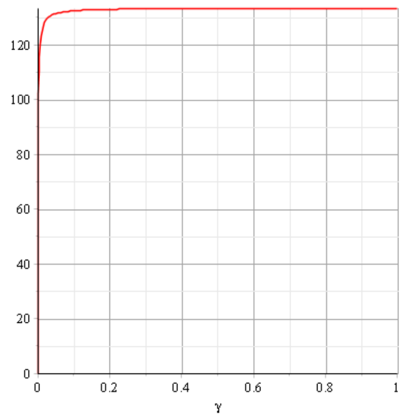
Gambar 3.5 Laju perubahan R_0 terhadap α .

Grafik diatas monoton naik, yaitu semakin besar laju infeksi bakteri maka semakin besar bilangan reproduksi dasarnya, sehingga untuk memperoleh bilangan reproduksi dasar yang lebih kecil dari 1 $(R_0 < 1)$ diperlukan nilai $\alpha < 0,000326$. Pada grafik di atas dapat dijelaskan bahwa nilai-nilai yag berada pada daerah bagia bawah sebelah kanan garis tersebut.

b. R_0 terhadap parameter γ

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar dengan mengambil nilai parameter-parameter yaitu, ρ = 0,0055,

$\mu = 0{,}000039$, $\eta = 0{,}00091$, dan $\alpha = 0{,}0357$ diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

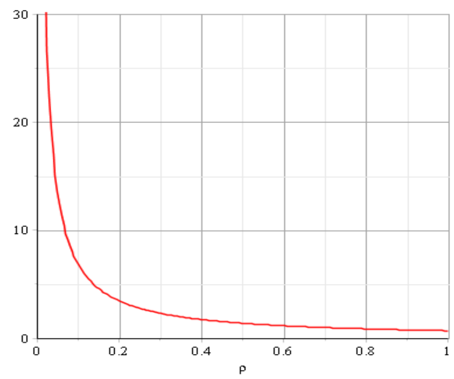


Gambar 3.6 Laju perubahan R_0 terhadap γ

Grafik di atas, menunjukan garis yang monoton naik kemudian konstan pada R_0 tertentu untuk nilai $\gamma = 0$ sampai dengan $\gamma = 1$. Artinya bila laju terinfeksi penyakit semakin besar menuju 1 maka tidak ada pengaruh terhadap angka reproduksi dasar yang diperoleh. Sehingga untuk membuat angka $R_0 < 1$ atau bebas penyakit maka laju terinfeksi penyakit adalah ($\gamma < 0{,}00098$).

c. R_0 terhadap parameter ρ

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter- parameter yaitu, $\mu = 0{,}000039$; $\eta = 0{,}00091$; $\alpha = 0{,}0357$; $\gamma = 0{,}0037$, diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

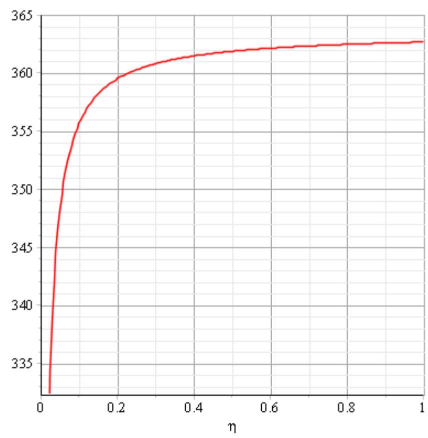


Gambar 3.7 Hubungan R_0 terhadap parameter ρ

Grafik di atas menunjukkan pengaruh laju kesembuhan terhadap angka reproduksi dasar. Semakin besar laju kesembuhan maka semakin kecil angka reproduksi dasarnya, artinya jika waktu pengobatannya bisa dipercepat maka angka reproduksi dasarnya akan menuju 0 sehingga tidak ada yang terinfeksi penyakit.

d. R_0 terhadap parameter η

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter- parameter yaitu, $\rho = 0{,}0055$, $\mu = 0{,}000039$, $\gamma = 0{,}0037$, $\alpha = 0{,}0357$ diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

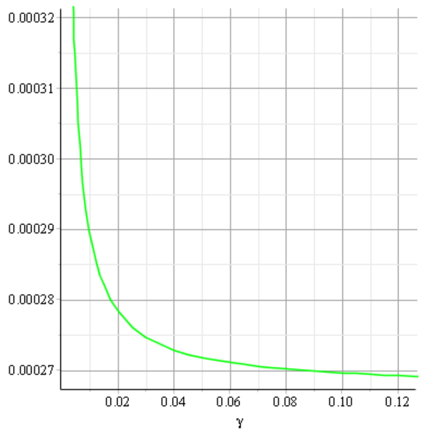


Gambar 3.8 Hubungan R_0 terhadap η

Grafik di atas menunjukkan hubungan angka eproduksi dasar dengan laju *re-infected,* yaitu semakin besar laju *re-infected* maka semakin besar juga angka reproduksi dasarnya. Artinya jika waktu *re-infected* nya semakin singkat maka penyakit TB ini tidak akan hilang.

e. Hubungan α dan γ terhadap R_0

Akan ditunjukan hubungan antar pasangan parameter α dan parameter γ dengan mengambil nilai $R_0 = 1$, dan parameter lainnya yaitu: parameter $\mu = 0,000039$, $\rho = 0,0055$, $\eta = 0,00091$ adalah sebagai berikut:

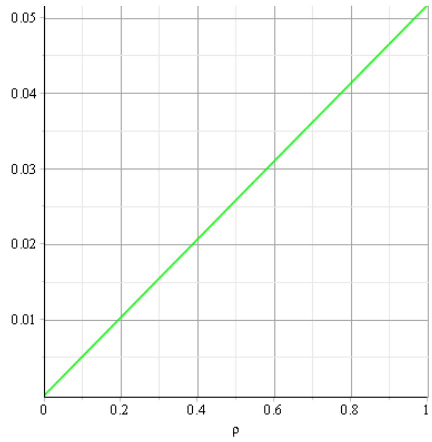


Gambar 3.9 Hubungan α dan γ terhadap R_0

Gambar (3.9) menunjukkan hubungan antar laju terinfeksi bakteri dengan laju infeksi penyakit terhadap angka reproduksi dasar yaitu semakin besar laju infeksi penyakit maka semakin kecil laju terinfeksi bakteri sehingga untuk membuat angka reproduksi dasar kecil atau bebas penyakit maka dibutuhkan laju terinfeksi bakteri dan laju infeksi penyakit di daerah sekitar bawah kurva.

f. Hubungan α dan ρ terhadap R_0

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter-parameter yaitu, $\mu = 0{,}000039$, $\eta = 0{,}00091$, $\gamma = 0{,}0037$, $R_0 = 1$, diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

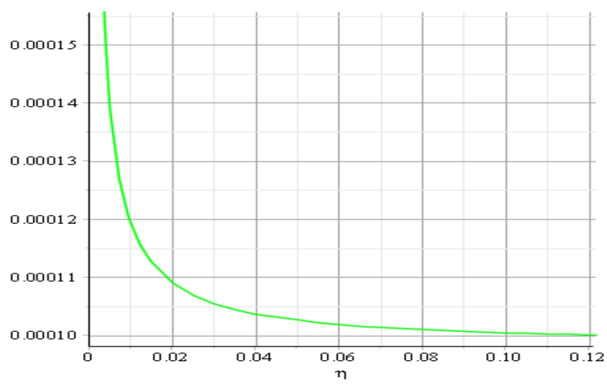


Gambar 3.10. Hubungan α dan ρ terhadap R_0

Gambar di atas menunjukkan hubungan laju terinfeksi bakteri dengan laju kesembuhan terhadap angka reproduksi dasar dimana yang terlihat dari grafik tersebut yaitu semakin besar laju terinfeksi bakteri maka semakin besar juga laju kesembuhan. Sehingga berdasarkan grafik di atas, untuk memperoleh titik bebas penyakit maka diambil nilai laju terinfeksi bakteri dan laju infeksi penyakit di daerah bagian bawah garis Ro=1.

g. Hubungan α dan η terhadap R_0

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter - parameter, yaitu $\mu = 0{,}000039$, $\rho = 0{,}0055$, $\gamma = 0{,}0037$, $R_0 = 1$, diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

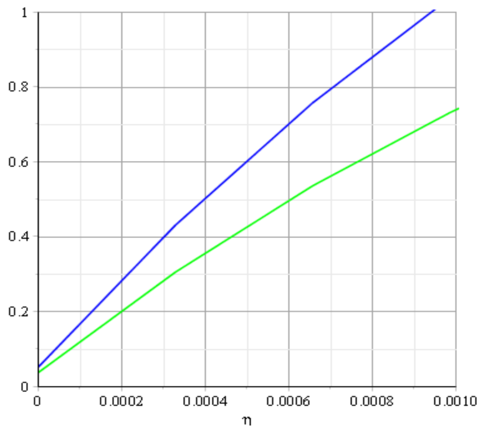


Gambar 3.11 Hubungan α dan η terhadap R_0

Gambar 3.11 menunjukkan pengaruh laju terinfeksi penyakit dengan laju *re-infected* terhadap angka reproduksi dasar. Dari grafik pada garis Ro=1 terlihat bahwa semakin kecil laju terinfeksi bakteri maka semakin besar laju *re-infected*. Berdasarkan grafik ini juga, dapat dilihat bahwa daerah titik bebas penyakit berada pada daerah bagian bawah bawah garis Ro=1.

h. Hubungan ρ dan η terhadap R_0

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter - parameter, yaitu $\mu = 0{,}000039$, $\alpha = 0{,}0357$, $\gamma = 0{,}0037$, $R_0 = 1$, diperoleh hasil grafik sebagai berikut:

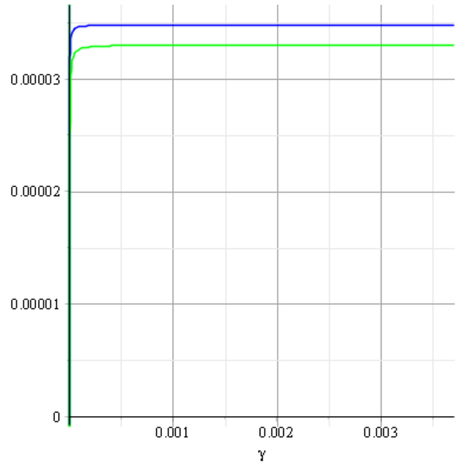


Gambar 3.13 Hubungan ρ dan η terhadap R_0

Gambar 3.13 menunjukkan pengaruh laju kesembuhan dengan laju *re-infected* terhadap angka reproduksi dasar. Berdasarkan grafik tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa daerah yang membuat titik bebas penyakit merupakan daerah di atas garis Ro=1

i. Hubungan η dan γ terhadap R_0

Akan ditunjukkan perubahan bilangan reproduksi dasar, dengan mengambil nilai parameter-parameter, yaitu $\mu = 0{,}000039$; $\alpha = 0{,}0357$; $\rho = 0{,}0055$, $R_0 = 1$, diperoleh hasil grafik sebagai berikut



Gambar 3.14 Hubungan η dan γ terhadap R_0

Gambar 3.14 merupakan gambar yang menunjukkan grafik hubungan antara laju *re-infected* dengan laju infeksi penyakit terhadap angka reproduksi dasar. Berdasarkan grafik tersebut maka dapat ditentukan daerah yang membuat titik bebas penyakit, yaitu daerah bagian atas garis Ro=1.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dari hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa SEIRE memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik bebas penyakit dan titik endemik penyakit. Kedua titik kesetimbangan tersebut bersifat stabil asimtotik lokal pada populasi konstan dengan nilai masing-masing parameter yang digunakan pada model SEIRE, terdapat 4 parameter yang berpengaruh terhadap angka reproduksi dasar yaitu $\alpha, \gamma, \rho, \eta$. Model tersebut sesuai dengan keadaan nyata, yaitu jika nilai laju transmisi besar, nilai laju infeksi besar, nilai laju kesembuhan kecil dan nilai laju *re-infected* besar maka suatu wilayah tersebut epidemi terhadap penyakit TB.

Saran

i. Untuk warga masyarakat agar dapat mencegah terlebih dahulu dari bakteri *mycobacterium tuberculosis* agar tidak terinfeksi penyakit TB.

ii. Peneliti selanjutnya dapat melakukan peelitian secara langsung dilapangan dengan menggunakan model di atas untuk membedakan dengan keadaan suatu wilayah yang sebenarnya.

REFERENSI

Badan Pusat Statistik. (2018). Jumlah kasus TB Menurut Kabupaten/ Kota di Provinsi NTT. Kupang.

Jafarudin. (2015). Bahan Ajar Pemodelan Matematika. Universitas Nusa Cendana: Kupang.

Kautsar, Ummu. (2016). Penyakit TBC Perlu dikenali Bukan ditakuti. Dikutib dari wordpress.com.Diakses pada tanggal 18 Februari 2016.

Rifky, Muhammad. (2015). Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Tervaksinasi dengan Penyebaran Eksogeneus Reinfection. Yogyakarta : Skripsi .

Syam, Rahmat dkk. (2020). Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Makasar. Journal Of Mathematics, Computation, and Statistics Vol.03(01).

World Health Organization. (2018). Global Report. Profil : Indonesia.

Widoyono. (2008). Penyakit Tropis Epidemologi, Penularan, Pencegahan dan Pemberantasannya. Semarang :Erlangga.

Yuningsih dan Salmah. (2012). Tesis mengenai Model Matematika Untuk Dinamika Penyakit Tuberkulosis Yang Bergantung Pada Kepadatan Penduduk. MTS Negeri 20. Jakarta.