UIN IMAM BONJOL PADANG

Math Educa Journal 5(2)(2021):163-174

MATH EDUCA

JurnalMatematika dan Pendidikan Matematika

Website: http://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/matheduca

Email: mej.uinibpadang@gmail.com

PEMODELAN DATA SAHAM MENGGUNAKAN ANALISIS *TIME SERIES* DENGAN PENDEKATAN *COPULA GAUSSIAN*

[1]Miftahul Jannah*, [2]Fitria Mardika, [3]Lilis Harianti Hasibuan, [4]Darvi Mailisa Putri

[134]Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Imam Bonjol Padang, Indonesia

[2]Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, UIN Imam Bonjol Padang, Indonesia

E-mail: [1]miftahuljannah@uinib.ac.id, [2]fitriamardika@uinib.ac.id , [3]lilisharianti@uinib.ac.id, [4]darvimailisa@uinib.ac.id

Received: August 2021; Accepted: September 2021; Published: October 2021

Abstract

One method of predicting stock prices is to use the time series analysis method. In this method, a linear prediction model is made to see patterns from historical stock price data to assess future prices. The stock data used in this study is the daily stock data of PT. Telkom and PT. Indosat in 2020-2021. Autoregressive (AR) model is a time series model that is often used with the assumption that its volatility does not change with time (Homoscedastic). After analyzing the AR Model(1) data for the stock data of PT. Telkom and PT. Indosat has a non-independent error, therefore the AR(1)-N.GARCH(1,1) time series model construction was carried out to model the error (ϵ_(i,t)). Furthermore, the error of the AR(1)-N.GARCH(1,1) model is independent of t, so it can be modeled using Copula. After the Copula model was applied to the data and obtained the value of the fit of the Gaussian Copula distribution error model. From the values generated from the Gaussian Copula C({ϵ_(i,t) }_(t=1)^T),T=1,2,…, and approximates a uniform distribution. So the stock data of PT. Telkom and PT. It can be said that Indosat is not suitable to be modeled with the Gaussian Copula.

Keywords: *Stocks, Time Series Analysis, Gaussian Copula*

Abstrak

Salah satu metode dalam memprediksi harga saham adalah menggunakan metode analisis time series. Pada metode ini dibuat model prediksi linear untuk melihat pola dari data historis harga saham untuk menilai harganya di masa depan. Data saham yang digunakan pada penelitian ini adalah data saham harian PT. Telkom dan PT. Indosat tahun 2020-2021. Model *Autoregressive* (AR) merupakan salah satu model deret waktu yang sering digunakan dengan asumsi volatilitasnya tidak berubah terhadap waktu *(Homoscedastic)*. Setelah dilakukan analisis data Model AR(1) untuk data saham PT. Telkom dan PT. Indosat memiliki galat yang tidak saling bebas, oleh karenanya dilakukan konstruksi model deret waktu AR(1)-N.GARCH (1,1) untuk memodelkan galatnya ($\epsilon_{i,t}$). Selanjutnya galat dari model AR(1)-N.GARCH(1,1) saling bebas terhadap t, maka bisa dimodelkan dengan menggunakan Copula. Setelah model Copula diaplikasikan pada data dan diperoleh nilai statistik uji dari kecocokan model galat distribusi kumulatif Copula Gaussian. Dari nilai-nilai distribusi kumulatif berupa Copula Gaussian $C\left(\left\{\epsilon_{i,t}\right\}_{t=1}^{T}\right), T = 1, 2, \dots, n$ mendekati distribusi uniform. Jadi data saham PT. Telkom dan PT. Indosat dapat dikatakan tidak cocok dimodelkan dengan Copula Gaussian.

Kata Kunci: Saham, *Analisis Time Series*, *Copula Gaussian*

*Corresponding author.

Peer review under responsibility UIN Imam Bonjol Padang.

p-ISSN: 2580-6726

e-ISSN: 2598-2133

PENDAHULUAN

Pada saat ini saham menjadi salah satu sektor investasi yang populer di Indonesia. Saham merupakan tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas (*PT Bursa Efek Indonesia*, n.d.).

Pergerakan harga saham di Indonesia bersifat fluktuatif atau bersifat tidak pasti. Ketidakpastian pergerakan harga saham ini terjadi dalam jangka pendek, ataupun dalam jangka Panjang. Hal ini tentunya tidak disukai oleh para investor. Oleh karena itu perlu dilakukan pemodelan dan prediksi harga saham agar para investor dapat memprediksi kapan terjadi penurunan atau kenaikan harga saham (Goorbergh, 2004).

Salah satu metode dalam memprediksi harga saham adalah metode analisis time series. Pada metode ini dibuat model prediksi linear untuk melihat pola dari data historis harga saham untuk menilai harganya di masa depan. Nilai harga saham di masa depan dianggap sebagai kombinasi linear dari data historisnya. Model linear ini terbagi menjadi dua kategori model, yakni model regresi univariat dan model regresi multivariat. Klasifikasi ini tergantung pada jumlah variabel yang digunakan.

Model *Autoregressive* (AR) merupakan salah satu metode deret waktu yang sering digunakan dengan asumsi volatilitasnya tidak berubah terhadap waktu *(Homoscedastic)*. (Jannah & H Fitri, 2019) telah melakukan penelitian mengenai penaksiran parameter model *Autoregressive* (AR). Model AR(1) digunakan ketika galat-nya saling bebas dan stasioner. Jika tidak, maka galat dapat dimodelkan dengan model deret waktu lainnya, salah satunya adalah model AR(1)-N.GARCH(1,1) (Brummelhuis & Kaufmann, 2004).

Dalam beberapa kasus bivariat dibutuhkan suatu fungsi yang dikenal dengan Copula. Menurut (Li, 2010) Copula merupakan fungsi matematika yang menggabungkan distribusi univariat menjadi distribusi multivariat. Copula dipelopori pertama kali oleh Abe Sklar pada tahun 1959 (Nelson, 2005) dalam teoremanya yang membuktikan bahwa Copula menghubungkan marginal-marginal dari satu peubah acak menjadi distribusi gabungan *m* peubah acak.

Ada beberapa model Copula yang bisa digunakan diantaranya *Copula Gaussian, Copula-t, Copula Clayton, Copula Frank, dan Copula Gumbel*. Pada penelitian ini akan dilakukan prediksi dengan menggunakan *Copula Gaussian.* Beberapa peneliti sebelumnya telah banyak melakukan penelitian menggunakan copula diantaranya (Zhu et al., 2008) menerapkan *Copula* pada pemodelan Auransi, (Caraka et al., 2015) membahas prediksi harga saham S&P 100 dan S&P 600 menggunakan copula Gauss.

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data pergerakan saham PT. Telkom Tbk dan PT. Indosat Tbk. Untuk mengalisis data saham tersebut menggunakan bantuan aplikasi MATLAB.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kajian literatur melalui buku teks, dari artikel-artikel ilmiah yang berkaitan dengan penelitian, serta dari sumber-sumber internet. Sumber data dalam penelitian ini adalah data saham harian PT. Telkom Indonesia Tbk (TLKM) dan PT. Indosat Tbk (ISAT) tahun 2020-2021. Data diperoleh secara online melalui website *finance.yahoo.com* (*Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News*, n.d.).

Prosedur penelitian

Konstruksi Model AR(1)-N.GARCH(1,1)

Adapun Langkah-langkah yang diperlukan dalam memprediksi harga saham dengan mengkonstruksi Model AR(1)-N.GARCH(1,1) adalah sebagai berikut:

1. Analisis data
2. Jika data belum stasioner maka distasionerkan (digunakan transformasi *log return*)
3. Analisis kebergantungan antar variabel menggunakan plot ACF dan PACF
4. Estimasi parameter AR(1) dengan metode *Ordinary Least Squares*.
5. Estimasi parameter AR(1)-N.GARCH(1,1)
6. Melakukan uji kebebasan galat AR(1)-N.GARCH(1,1) dengan menggunakan plot ACF dan PACF. Jika $\epsilon_{i,t}$ saling bebas terhadap t, maka bisa dimodelkan dengan menggunakan copula.

Aplikasi Copula Gaussian untuk Copula Univariat

1. Melakukan *fitting* distribusi untuk mengetahui distribusi dari galat data.
   a. Estimasi parameter dari distribusi yang dikehendaki
   b. Uji kecocokan distribusi menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov
   c. Jika uji distribusi mengatakan bahwa distribusi yang dicari tidak cocok dengan data, maka ulangi ke proses a.
2. Estimasi parameter kernel
   a. Pilih h_j (dalam hal ini misalkan $h_j = 0.41 + 0.003(j-1),\ j = 1, 2, \dots, 100)$
   b. Tuliskan kernel
   $\Lambda_T(p,q) = h_j \sigma e^{\frac{|x_p - x_q|^2}{2h_j}}$ dengan $p, q = 1,2, \dots, T$
   c. Tentukan matriks segitiga bawah L dengan melakukan faktorisasi Cholesky pada matriks Λ_T yang telah didapatkan di atas.
   $$\Lambda_T = LL'$$
   d. Selesaikan persamaan $Lv = z$ untuk mendapatkan.

Dengan $z_j = \phi^{-1}(u_j)$, $u_j = F(x_j)$ dalam hal ini x_j adalah data $\epsilon_{i,j}$.

Hitung

$$L_j = -\sum_{j=1}^{T} \log L_{jj} + \frac{1}{2} z'z - \frac{1}{2} v'v$$

e. Pilih *h* yang mempunyai L_j paling besar.

f. Menggunakan h taksiran yang diperoleh pada langkah 5 untuk mendapatkan kernel.

g. Mencari fungsi distribusi kumulatif dari fungsi marjinal dengan memanfaatkan Copula Gaussian.

$$\tilde{u}_k = F(\epsilon_{1,k} | \Omega_{k-1}) = \Phi_{\mu',\sigma'}(\Phi_{0;1}{}^{-1}(u_k{}^{(j)}))$$

$$\tilde{v}_k = F(\epsilon_{2,k} | \Omega_{k-1})$$

h. Melihat karakteristik pasangan data $\tilde{u}_k$dan $\tilde{v}_k$. Salah satu caranya adalah dengan melihat *scatterplot*-nya.

Model *Autoregressive* Orde Satu - AR (1)

Misalkan $\{Y_t\}$ merupakan proses stokastik yang mengikuti model AR(1) jika:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

dengan asumsi sebagai berikut:

1. $\varepsilon_t \sim N(0,1)$
2. $\{\varepsilon_t\}$ merupakan barisan peubah acak yang i.i.d.
3. Y_{t-1} dan ε_t saling bebas
4. Y_t tidak saling bebas dengan Y_{t-1} dan ε_t

Estimasi Parameter Model AR (1)

Estimasi parameter α_0 dan α_1 pada model AR (1) dapat dilakukan dengan menggunakan *metode Ordinary Least Square (OLS)* (Brockwell & Davis, 1996). Langkah-langkahnya sebagai berikut:

(i). Membentuk $\sum_{t=2}^{T} \varepsilon_t^2$ sebagai fungsi dari α_0 dan α_1

$$S(\alpha_0, \alpha_1) = \sum_{t=2}^{T} \varepsilon_t^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (Y_t - \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1})^2 \quad (1)$$

(ii). Menurunkan persamaan (1) secara sebagian (parsial) terhadap α_0 dan α_1,kemudian menetapkan persamaan tersebut sehingga sama dengan nol.

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=2}^{T} 2(Y_t - \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1})(-1) = 0$$

$$\sum_{i=2}^{T} Y_t - (T-1)\alpha_0 - \alpha_1 \sum_{i=2}^{T} Y_{t-1} = 0$$

$$\sum_{i=2}^{T} Y_t = (T-1)\alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=2}^{T} Y_{t-1} \quad (2)$$

dan

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_1} = \sum_{i=2}^{T} -2(Y_t - \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1})(Y_{t-1}) = 0$$

$$\sum_{i=2}^{T} Y_i Y_{t-1} - \sum_{i=2}^{T} \alpha_0 Y_{t-1} - \sum_{i=2}^{T} \alpha_1 (Y_{t-1})^2 = 0$$

$$\sum_{i=2}^{T} Y_i Y_{t-1} = \sum_{i=2}^{T} \alpha_0 Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{T} \alpha_1 (Y_{t-1})^2 \quad (3)$$

Persamaan (2) dan (3) di atas dikenal sebagai persamaan normal *(normal equation)*. Selanjutnya, persamaan normal tersebut dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=2}^{T} Y_t \\ \sum_{i=2}^{T} Y_i Y_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T-1 & \sum_{i=2}^{T} Y_t \\ \sum_{i=2}^{T} Y_t & \sum_{i=2}^{T} Y_i Y_{t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

Dengan menyelesaikan bentuk matriks di atas, diperoleh parameter-parameter berikut:

$$\widehat{\alpha_0} = \frac{(\mathrm{T}-1)\Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_t Y_{t-1}} - \Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_t} \Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_{t-1}}}{(\mathrm{T}-1)\Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_{t-1}^2} - (\Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_{t-1}})^2}$$

$$\widehat{\alpha_1} = (\mathrm{T}-1)^{-1}(\Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_t} - \alpha \Sigma_{t=2}^{\mathrm{T}} \mathrm{Y_{t-1}})$$

Model AR(1)–N.GARCH(1,1)

Suatu proses stokastik $\{Y_t\}$ mengikuti model AR(1)–N.GARCH(1,1), jika modelnya tersebut merupakan model AR(1) dengan galatnya mengikuti proses GARCH(1,1), sehingga dapat dituliskan sebagai berikut (Brummelhuis & Kaufmann, 2004):

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \sigma_t \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0,1) \qquad (1)$$

dengan,

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \beta_1 (Y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1 Y_{t-2})^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2$$

yang parameternya adalah γ_0, β_1 dan β_2.

Estimasi Parameter Model AR(1)–N.GARCH(1,1)

Langkah-langkah untuk mengestimasi parameter model AR(1)–N.GARCH(1,1) adalah sebagai berikut:

1. Asumsikan galat ε_t berdistribusi normal (0,1).
2. Menentukan nilai parameter $\hat{\gamma}_0, \widehat{\beta_1}$ dan $\widehat{\beta_2}$ dengan fungsi log Likelihoodnya adalah sebagai berikut:

$$\log f = \sum_{t=2}^{T} \left(\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\widehat{s_t}}{\sigma_{i,t}}\right)^2 \right)$$

Untuk memperoleh parameter yang dimaksud, maksimumkan fungsi loglikelihood di atas dengan menggunakan metode Newton-Rhapson. Pada penelitian ini, estimasi parameter model AR(1)–N.GARCH(1,1) dilakukan dengan bantuan MATLAB.

Copula Gaussian

Misalkan (X,Y) bivariat normal yang memiliki rata rata μ dan variansi Λ dengan $X \sim N(\mu_1, {\sigma_1}^2)$ dan $Y \sim N(\mu_2, {\sigma_2}^2)$ (Schölzel & Friederichs, 2008). Fungsi kepadatan peluang dari X adalah

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right\}$$

Sehingga fungsi kepadatan peluang dari $\mathrm{H(X,Y)} \sim \mathrm{N}(\mu, \Sigma)$ adalah

$$h_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{(2\pi)|\Lambda|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}[x-\mu_1 \quad y-\mu_2]\Lambda^{-1}\begin{bmatrix} x-\mu_1 \\ y-\mu_2 \end{bmatrix}\right\}$$

Berdasarkan Teorema Sklar, terdapat hubungan:

$$H(x,y) = C\big(F(x), G(y)\big) = C(u,v),$$

dengan menurunkan persamaan diatas, akan diperoleh fungsi peluang bivariat sebagai berikut:

$$h(x,y) = f(x).g(y).c(u,v)$$

dengan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$. Sehingga fungsi kepadatan peluang (pdf) copula Gaussian adalah

$$c(u,v) = \frac{|\Sigma|^{\frac{1}{2}}}{|\Lambda|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x-\mu_1 & y-\mu_2 \end{bmatrix}(\Sigma^{-1} - \Lambda^{-1})\begin{bmatrix} x-\mu_1 \\ y-\mu_2 \end{bmatrix}\right\}$$

dengan

$$\Sigma = \begin{bmatrix} {\sigma_1}^2 & 0 \\ 0 & {\sigma_2}^2 \end{bmatrix}$$

dan $\mathrm{x} = \Phi^{-1}(\mathrm{u})$ dan $\mathrm{y} = \Phi^{-1}(\mathrm{v})$.

Dalam penelitian ini, $\mathrm{X} \sim \mathrm{N}(0,1)$ dan $\mathrm{Y} \sim \mathrm{N}(0,1)$ sehingga $|\Sigma| = 1$. Φ adalah fungsi distribusi kumulatif dari normal baku. Dengan demikian fungsi kepadatan peluangnya adalah sebagai berikut:

$$c(u,v) = |\Lambda|^{\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} \Phi^{-1}(u) & \Phi^{-1}(v) \end{bmatrix}(1 - \Lambda^{-1})\begin{bmatrix} x-\mu_1 \\ y-\mu_2 \end{bmatrix}\right\}$$

Karena copula Gaussian berasal dari keluarga copula eliptical maka fungsi distribusi komulatif (cdf) dari copula Gaussian memiliki bentuk sebagai berikut:

$$C_{\Lambda(u_1,u_2,\ldots,u_T)} = \Phi_{0,\Lambda}(\Phi_{0,1}^{-1}(u_1), \Phi_{0,1}^{-1}(u_2), \ldots, \Phi_{0,1}^{-1}(u_T))$$
$$= \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_T)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_{T-1})} \ldots \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} (2\pi)^{\frac{T}{2}} |\Lambda|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} s_1 & \ldots & s_T \end{bmatrix}(\Lambda^{-1})\begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_T \end{bmatrix}\right\} ds_1 ds_2 \ldots ds_T$$

dengan

$$F(Y_{T+1} \le y_{T+1} | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \ldots, Y_T = y_T) = \partial^T \frac{\frac{P(Y_1 \le y_1, Y_2 \le y_2, \ldots, Y_T \le y_T, Y_{T+1} \le y_{T+1})}{\partial y_1, \partial y_2, \ldots \partial y_T}}{h(y_1, y_2, \ldots y_T)} = \frac{\frac{\partial^T C_\Lambda(u_1, u_2, \ldots, u_{T+1})}{\partial u_1, \partial u_2, \ldots \partial u_T}}{c(u_1, u_2, \ldots u_T)}$$

dengan $\Phi_{0,\Lambda}$ adalah fungsi distribusi kumulatif multivariat normal dengan rata-rata dan kovariansi Λ menggunakan kernel.

Estimasi Parameter Copula Gaussian

Korelasi antar variabel diaproksimasi dengan memanfaatkan informasi dari data, yang dalam hal ini berupa indeks partisi waktu. Matriks variansi-kovariansi didekati dengan matriks kernel. Matriks kernel ini dipilih sedemikian sehingga memaksimumkan nilai fungsi *likelihood* dari Copula Gaussian. Fungsi kernel yang digunakan adalah:

$$\Lambda_T(p,q) = h_j e^{\frac{|x_p - x_q|^2}{h_j}}$$

Fungsi likelihood dari parameter copula Gaussian adalah

$$\mathrm{L}(\mathrm{h}|\mathrm{y}_1, \mathrm{y}_2, \ldots \mathrm{y}_\mathrm{T}) = \mathrm{c}_{\Lambda\mathrm{T}}(\mathrm{u}_1, \mathrm{u}_2, \ldots, \mathrm{u}_\mathrm{T})\mathrm{f}(\mathrm{y}_\mathrm{T})\mathrm{f}(\mathrm{y}_{\mathrm{T}-1}) \ldots \mathrm{f}(\mathrm{y}_1)$$

sehingga fungsi loglikelihoodnya adalah sebagai berikut:

$$LogL = log c_{\Lambda\mathrm{T}}(u_1, u_2, \ldots, u_T) + \sum_{j=1}^{T} log f(y_i)$$
$$= -\frac{1}{2} log|\Lambda_T| + \frac{1}{2} z'z - \frac{1}{2} v'v + \sum_{j=1}^{T} log f(y_i)$$

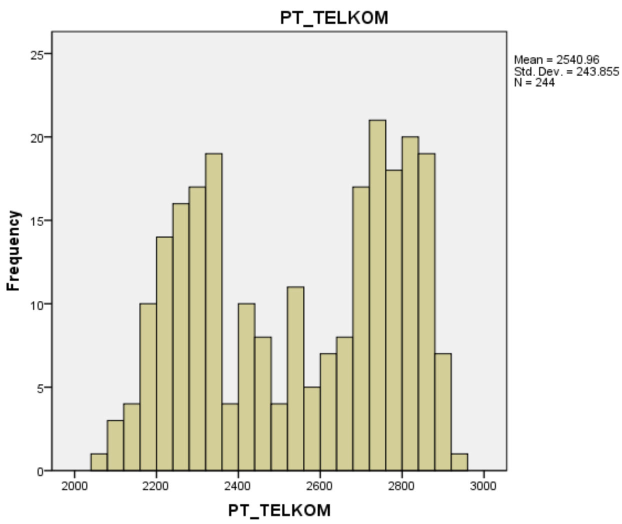
dengan $\mathrm{z} = \begin{bmatrix} \Phi^{-1}(\mathrm{u}) \\ \Phi^{-1}(\mathrm{v}) \end{bmatrix}$ dan $\mathrm{v} = \mathrm{L}^{-1}\mathrm{z}$. L merupakan matriks segitiga bawah dari hasil faktorisasi cholesky sehingga $\Lambda = \mathrm{LL}'$.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

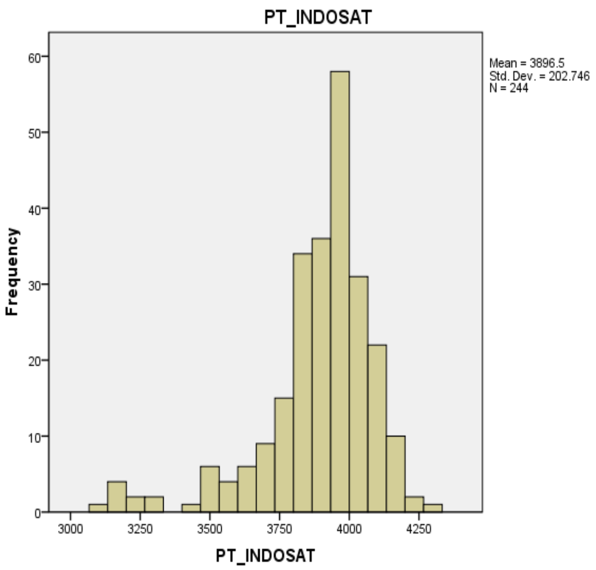
ANALISIS DATA

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data saham harian PT. Telkom

Indonesia Tbk (TLKM) dan PT. Indosat Tbk (ISAT). Frekuensi dari data harian saham PT. Telkom dan Indosat dapat direpresentasikan dalam histogram berikut.



Gambar 1. Histogram Data Saham Harian PT. Telkom



Gambar 2. Histogram Data Saham Harian PT. Indosat

Bentuk histogram dari data saham PT. Telkom dan PT. Indosat dapat menggambarkan informasi yang dihasilkan pada statistik deskriptif. Informasi statistik dari data dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 1. Statistik Deskriptif Data Saham PT. TelkomTbk dan PT. Indosat Tbk

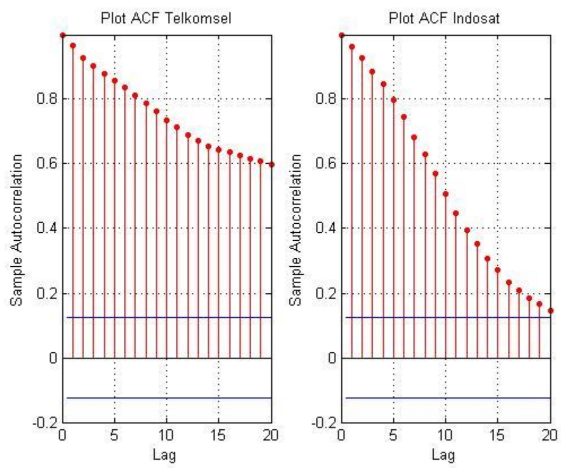
Statistik	Nilai	
Data Saham	PT. Telkom	PT. Indosat
Mean	2540.96	3896.50
Median	2570.00	3935.00
Std.Deviasi	243.855	202.746
Variansi	59465.221	41105.881
Maksimum	2945	4295
Minimum	2070	3100
Skewness	-1.448	3.343

Pada Tabel 1 terlihat bahwa untuk kedua data, skewness data saham Telkom bernilai negative (sk<0) dan *skewness* data saham Indosat bernilai positif (sk>0) ini artinya pada kedua data saham, PT. Telkom maupun data harga saham PT. Indosat tidak berdistribusi Normal.

Uji Stasioneritas

Untuk menguji kestasioneran data digunakan Fungsi Autokorelasi (*Autocorrelation Function*) atau disingkat ACF. Jika nilai ACF pada setiap lag mendekati atau sama dengan nol maka data adalah stasioner, dan jika sebaliknya nilai koefisien ACF relatif tinggi dan mendekati 1 maka data tidak stasioner (Casella et al., 2006).

Hasil plot *Auto Correlation Function* (ACF) data saham harian PT. Telkom dan PT. Indosat



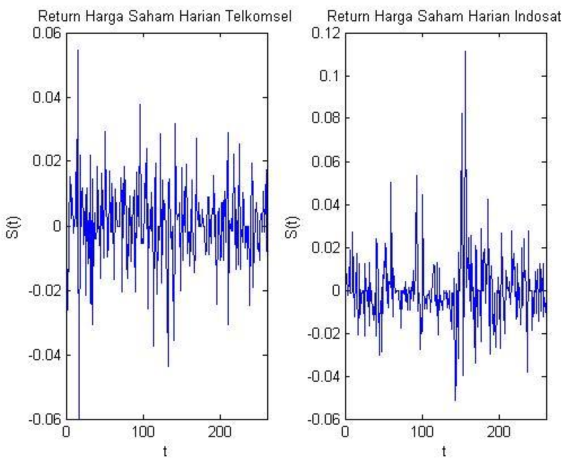
Gambar 3. Plot ACF Data Saham PT. Telkom dan PT. Indosat

Berdasarkan plot ACF terlihat nilai ACF menurun secara perlahan, dapat disimpulkan bahwa data harga saham tidak stasioner. Oleh karena itu, dilakukan penstasioneran data dengan melakukan transformasi pada data saham. Rumus yang digunakan adalah:

$$Y(t+1) = \log\left(\frac{S(t+1)}{S(t)}\right)$$

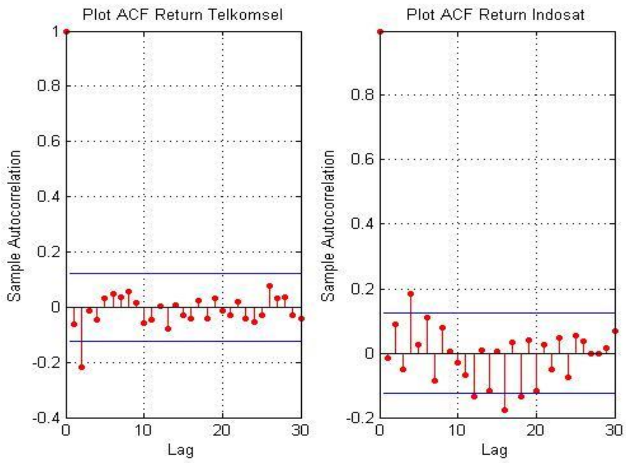
Jika $S(t+1)$ menyatakan harga saham pada saat $t+1$, maka *log return* harga saham pada saat $t+1$, dinyatakan oleh $Y(t+1)$. Pada saat $t=0$, diasumsikan $Y(0)=0$ agar banyak data tetap sama.

Dengan melakukan transformasi ini pada kedua data saham tersebut, maka diperoleh data *log return* harga saham yang berfluktuasi di sekitar 0, dapat dilihat juga pada gambar berikut:

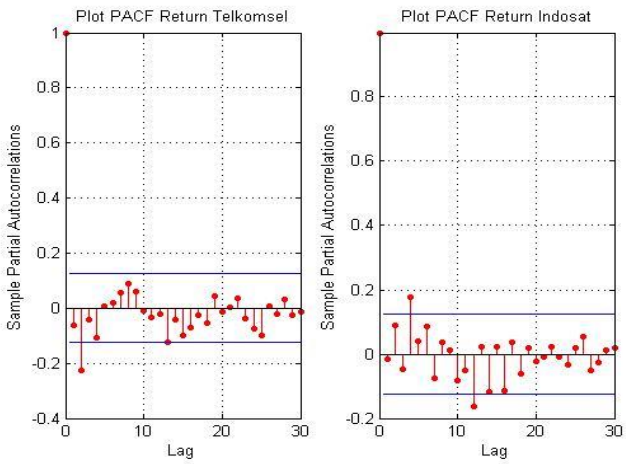


Gambar 4. Return Harga Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat

Selanjutnya dilakukan plot ACF dan plot PACF untuk data log return harga saham, lebih jelas dapat dilihat pada gambar berikut ini:



Gambar 5. Plot ACF Log Return Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat



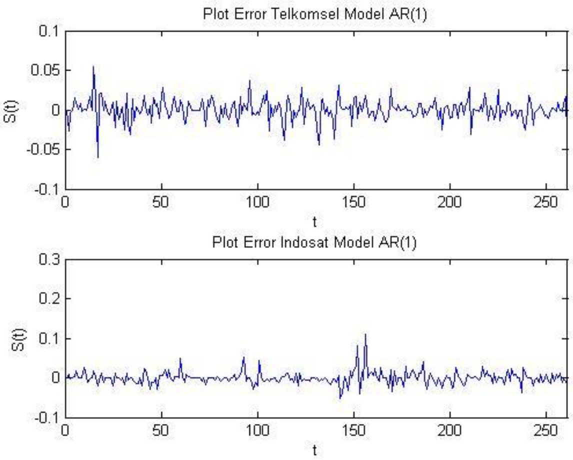
Gambar 6. Plot PACF Log Return Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat

Berdasarkan plot ACF dan plot PACF data log return pada Gambar 4 dan 5 dapat disimpulkan bahwa data saham harian PT. Telkom dan PT. indosat sudah stasioner.

Estimasi Model Ar(1) Data Saham PT. Telkom dan PT. Indosat

Tabel 2. Estimasi Parameter Model AR(1)

Data Saham	I	$\widehat{\alpha_{0,\iota}}$	$\widehat{\alpha_{1,\iota}}$
PT. Telkom	1	7.733×10^{-4}	-0.0624
PT. Indosat	2	1.100×10^{-4}	-0.0175



Gambar 7. Galat Data Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat Model AR(1)

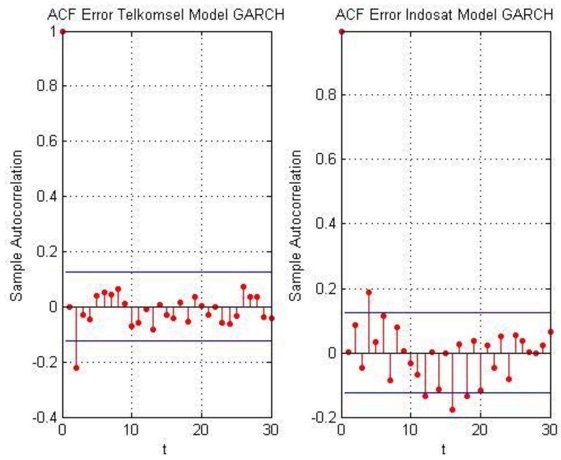
Dilihat dari plot di atas, dapat disimpulkan bahwa ε_t tidak saling bebas. Ini berlawanan dengan asumsi AR(1) awal. Oleh karena itu, kita modelkan menjadi $\varepsilon_{i,t} = \epsilon_{i,t}\sigma_{i,t}$ dengan menggunakan GARCH(1,1).

Model AR(1)-N.GARCH(1,1) Data Saham PT.Telkom dan PT.Indosat

Tabel 3. Estimasi Parameter Model AR(1)-N.GARCH(1,1)

Data Saham	*I*	$\hat{\gamma}_{i,0}$	$\hat{\beta}_{i,1}$	$\hat{\beta}_{i,2}$
PT. Telkom	1	9.047×10^{-5}	0.2739	0.2104
PT. Indosat	2	2.564×10^{-5}	0.7625	0.1497

Kebebasan dari $\varepsilon_{i,t}$ dapat dilihat dari plot ACF berikut.

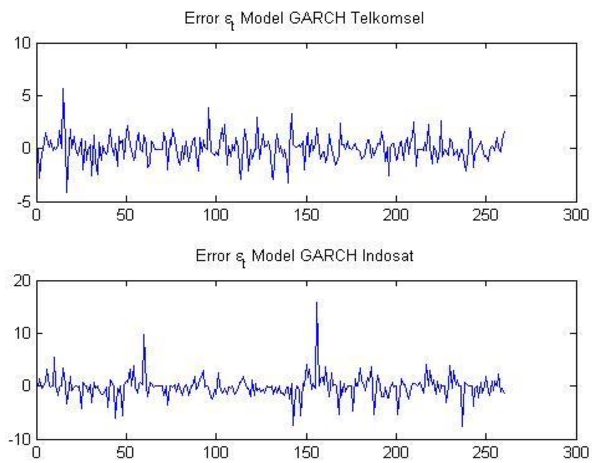


Gambar 8. Plot ACF Galat Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat Model GARCH(1,1)

Dari plot ACF dapat dilihat bahwa nilai galat berada di antara selang kepercayaan dari uji kebebasan menggunakan plot ACF dapat disimpulkan bahwa galat $\varepsilon_{i,t}$ dari model GARCH(1,1) saling bebas.

Fungsi Distribusi Marginal dari Galat Model AR(1)-N.GARCH(1,1)

Berikut adalah plot galat $\epsilon_{1,t}$ dan $\epsilon_{2,t}$ yang diperoleh dari model AR(1)-N.GARCH(1,1).



Gambar 9. Galat Data Saham Harian PT. Telkom dan PT. Indosat Model GARCH(1,1)

Dengan menggunakan bantuan MATLAB, $\varepsilon_{i,t}$ diduga cukup sesuai dengan distribusi t, dengan parameter sebagai berikut:

Tabel 4. Estimasi Galat Model AR(1)-N.GARCH(1,1)

Data Saham		μ	σ	ν
PT. Telkom	$\hat{\varepsilon}_{1,t}$	0.0332	0.8042	3.2390
PT. Indosat	$\hat{\varepsilon}_{2,t}$	-0.0705	0.6942	1.3321

Dengan menggunakan metode KS untuk data berukuran besarakan diuji hipotesis bahwa $\varepsilon_{i,t}$ berdistribusi t . Statistik uji yang digunakan :

$$KS_{data} = \frac{\sum_{i=1}^{T} (F_{\mu,\sigma,\nu}(x_i) - F_{em}(x_i))^{\ 2}}{T}$$

dengan $F_{em}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{T} I_{x_i \le x}}{T+1}$

Dengan menggunakan uji 1 arah, diperoleh selang kepercayaan dan statistik uji:

Tabel 5. Nilai Interval Kepercayaan dan Statistik Uji dari Galat Model AR(1)-N.GARCH(1,1)

	Data $\varepsilon_{1,t}$	Data $\varepsilon_{2,t}$
Interval kepercayaan	$(0.0005, 0.0006)$	$(0.0013, 0.0015)$
Statistik Uji	0.0005	0.0014

Nilai ini berada pada daerah selang kepercayaan. Karena itu, hipotesis bahwa distribusi dari $\varepsilon_{i,t}$ berasal dari distribusi t dengan parameter yang bersangkutan tidak ditolak.

Estimasi Matriks Kovarians dari Copula Gaussian.

Nilai h yang memaksimumkan fungsi likelihood data saham Telkom adalah $h{=}0.5060$, sedangkan untuk data saham Indosat $h{=}\ 0.4550$.

Misalkan $\epsilon_1, \dots, \epsilon_T \sim F$ adalah nilai galat untuk data saham Telkomsel dan $\delta_1, \dots, \delta_T \ \sim G$ adalah nilai galat untuk data saham Indosat yang diperoleh dari model GARCH. Dari *fitting* distribusi yang telah dilakukan menggunakan metode grafis maupun metode K-S diperoleh masing-masing F dan G adalah distribusi student's t.

Selanjutnya akan ditentukan distribusi bersyarat nilai galat dari model sebagai berikut.

$$F(\epsilon_T|\Omega_{T-1}) = \frac{\frac{\partial^{T-1}}{\partial u_1, \dots, u_{T-1}} C_\Lambda(u_1, \dots, u_T)}{C_\Lambda(u_1, \dots, u_{T-1})}$$

untuk mendapatkan Λ, digunakan h taksiran yang memaksimumkan likelihood yang telah diperoleh sebelumnya. Dengan formula yang sama juga didapatkan $G(\epsilon_T|\Omega_{T-1})$.

Misalkan

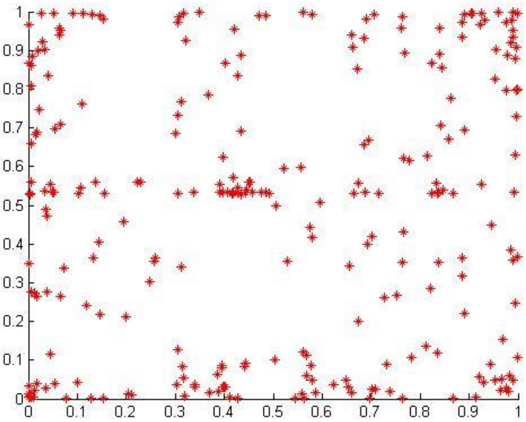
$$\begin{aligned} \widetilde{u_1} &= F(\epsilon_1|\Omega_0) = F(\epsilon_1) \\ &\vdots \\ \widetilde{u_T} &= F(\epsilon_T|\Omega_{T-1}) = F(\epsilon_T) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \tilde{v}_1 &= F(\delta_1|\Omega_0) = F(\delta_1) \\ &\vdots \\ \tilde{v}_T &= F(\delta_T|\Omega_{T-1}) = F(\delta_T) \end{aligned}$$

Diketahui rumus umum untuk $\widetilde{u_T}$ dan $\tilde{v}_T$ berupa distribusi normal dengan mean dan variansi yang diperbarui untuk setiap hari ke-k, $k = 1, 2, \dots, T$.

Berikut adalah *scatter plot* untuk $\tilde{u}_t$dan $\tilde{v}_t$



Gambar 10. Scatter Plot untuk $\tilde{u}_t$dan $\tilde{v}_t$

Menurut *Probability Integral Transformation* (PIT), kata jika transformasi memang sesuai dengan distribusi asli dari data, kumpulan nilai-nilai fungsi distribusi kumulatif yang bersangkutan akan mendekati distribusi Uniform(0,1).

Dengan menggunakan tes yang sama dengan ketika *fitting* distribusi marginal, diperoleh:

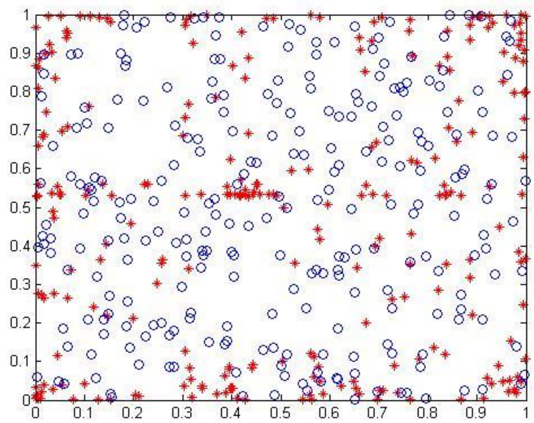
Tabel 6. Nilai Statistik Uji dari Kecocokan Model Galat Distribusi Kumulatif Copula Gaussian

	Data $\epsilon_{1,t}$	Data $\epsilon_{2,t}$
SK 95%	(0.0027, 0.0031)	(0.0049, 0.0057)
Statistik uji	0.0005	0.0014

Karena nilai statistik uji berada di ujung selang kepercayaan dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$, maka ditolak hipotesis bahwa distribusi dari nilai-nilai distribusi kumulatif berupa Copula Gaussian $C\left(\{\epsilon_{i,t}\}_{t=1}^{T}\right), T = 1, 2, \dots, 261$ mendekati distribusi uniform. Jadi data dapat dikatakan tidak cocok dengan Copula Gaussian.

Copula Gaussian untuk Binding

Dengan menggunakan data $\tilde{u}_t$ dan $\tilde{v}_t$, diperoleh Koefisien Korelasi Kendall's Tau $\tau = 0.0628$. Ini berarti bahwa data-data $\tilde{u}_t$ dan $\tilde{v}_t$ memiliki korelasi yang kuat. Diperoleh pula koefisien korelasi Pearson $\rho = 0.0985$. Berikut adalah perbandingan dari plot data asli dan data bangkitan berdistribusi Gaussian dengan parameter ρ.



Gambar 11. Scatter Plot untuk $u_t$dan v_t

Dapat dilihat, bahwa dengan parameter ρ seperti yang tertera di atas, Copula Gaussian tidak cukup dapat mewakili nilai-nilai data.

Dengan uji yang sama dengan sebelumnya, akan diuji bahwa nilai-nilai dari $C(\tilde{u}_t, \tilde{v}_t)$ berdistribusi $Uniform(0,1)$. Diperoleh selang kepercayaan 95%: $(\ 0.0695\ \ ,0.0758\ )$ dengan nilai statistik uji 0.0773. Nilai statistik uji berada tidak berada di dalam selang kepercayaan. Jadi hipotesis sebelumnya ditolak. Artinya adalah bahwa berdasarkan PIT, data dari $\widetilde{u_t}$ dan $\widetilde{v_t}$ tidak sesuai dengan copula ini.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil simulasi yang dilakukan, dapat disimpulkan hasil estimasi parameter model AR(1) dengan menggunakan *metode Ordinary Least Square (OLS)* pada data harga saham PT. Telkom maupun PT. Indosat mengalami fluktuasi setiap harinya ditandai dengan nilai $\widehat{\alpha_{1,\iota}} < 0$.

Berdasarkan uji hipotesis diperoleh nilai statistik uji 0.0773 tidak berada di dalam selang kepercayaan 95%:(0.0695 ,0.0758). Dari hasil uji hipotesis tersebut dapat artikan *Copula Gaussian* dengan menggunakan model AR(1)-N.GARCH(1,1) tidak cocok digunakan untuk menganalisis data saham PT. Telkomsel Tbk dan PT. Indosat Tbk.

Saran

Pada penelitian berikutnya peneliti disarankan menggunakan model-model copula lainnya, baik di dalam proses univariat maupun bivariat (*binding*) lalu bandingkan masing-masing kecocokannya menggunakan ukuran seperti AIC atau ukuran lainnya.

REFERENSI

Brockwell, P. ., & Davis, R. A. (1996). *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer Verlag.

Brummelhuis, R., & Kaufmann, R. (2004). *Time Scaling for GARCH (1,1) and AR (1)-GARCH (1,1) Processes*. *1*.

Caraka, R. E., Yasin, H., & Prahutama, A. (2015). Pemodelan General Regression Neural Network (GRNN) Pada Data Return Indeks Harga Saham Euro 50. *Gaussian*, *4*, 181–192.

Casella, G., Fienberg, S., & Olkin, I. (2006). Springer Texts in Statistics. *Design*, *102*, 618. https://doi.org/10.1016/j.peva.2007.06.006

Goorbergh, R. van den. (2004). A Copula-Based Autoregressive Conditional Dependence Model of International Stocks Markets. *DNB Working Paper :022 Amsterdam, Netherlands*. https://ideas.repec.org/p/dnb/dnbwpp/022.html

Jannah, M., & H Fitri, I. N. (2019). Penaksiran Parameter Model Autoregressive Orde (1) Dengan Menggunakan Metode Likehood Maksimum. *MAP Journal*, *3*(1), 38–48.

Li, J. (2010). Application of Copulas as a New Geostatistical Tool [Disertasi, Universität Stuttgart]. In *Stuttgarrt Inst.Fur Wasserbau*. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.18419/opus-332

Nelson, B. (2005). *An Intoduction to Copulas*. Springer.

PT Bursa Efek Indonesia. (n.d.). Retrieved August 28, 2021, from https://www.idx.co.id/produk/saham/

Schölzel, C., & Friederichs, P. (2008). *Multivariate non-normally distributed random variables in climate research – introduction to the copula approach*. 761–772. https://doi.org/https://doi.org/10.5194/npg-15-761-2008, 2008

Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News. (n.d.). Retrieved August 28, 2021, from https://finance.yahoo.com/

Zhu, Y., Ghosh, S. K., & Goodwin, B. K. (2008). Modeling Dependence in the Design of Whole Farm - A Copula-Based Model Approach. *American Agricultural Economics Association Annual Meeting*, 1–21.