



UIN IMAM BONJOL  
PADANG

Math Educa Journal 6 (1) (2022): 63-70

**MATH EDUCA**

Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika

Website: <http://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/matheduca>

Email: [mej.uinibpadang@gmail.com](mailto:mej.uinibpadang@gmail.com)



## PELABELAN VERTEX-GRACEFUL PADA GRAF-(6,8)

<sup>1</sup>Gema Hista Medika\* , <sup>2</sup>Zebbil Billian Tomi

<sup>1,2</sup>Prodi Pendidikan Matematika, FTIK, IAIN Bukittinggi, Indonesia)

E-mail: <sup>1</sup>[gemahistamedika16@gmail.com](mailto:gemahistamedika16@gmail.com) , <sup>2</sup>[zebbil.b.tomi@gmail.com](mailto:zebbil.b.tomi@gmail.com)

Received: February 2022; Accepted: March 2022; Published: April 2022

### Abstract

There have been some previous studies on graceful vertex labeling have been carried out. This study aims to determine the vertex graceful labeling on  $(6,8)$ -graph.  $(6,8)$ -graph is a graph that has 6 vertices and 8 edges. In this study, the research is limited to  $(6,8)$ -graph which is finitely connected. This design of this research is descriptive qualitative research, in form of literature study and the data analysis technique used is non-statistical data analysis technique. From the results of the study, it was found that among the twenty  $(6,8)$ -graphs which are not isomorphic, there are 10 graphs which are vertex graceful labeling, namely  $J_1, J_3, J_4, J_5, J_8, J_{15}, J_{16}, J_{17}, J_{18}$ , and  $J_{19}$ .

**Keywords:** Labeling, Vertex Graceful,  $(6,8)$ -Graph

### Abstrak

Beberapa kajian terdahulu tentang pelabelan vertex graceful telah dilakukan. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan pelabelan vertex graceful pada graf- $(6,8)$ . Graf- $(6,8)$  yaitu graf yang mempunyai 6 titik dan 8 sisi. Pada penelitian ini dibatasi untuk graf- $(6,8)$  yang sederhana terhubung berhingga. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif, teknik yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka (*study literature*) dan teknik analisis data yang digunakan adalah teknik analisis data non statistik. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa diantara 20 graf- $(6,8)$  yang tidak isomorfik terdapat 10 graf yang merupakan pelabelan vertex graceful yaitu  $J_1, J_3, J_4, J_5, J_8, J_{15}, J_{16}, J_{17}, J_{18}$ , dan  $J_{19}$ .

**Kata kunci:** Pelabelan, Vertex Graceful, Graf- $(6,8)$

### PENDAHULUAN

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadlack (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Pelabelan pada suatu graf adalah sebarang pemetaan atau fungsi yang memasang unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif). Berbagai macam pelabelan graf dikaji dan

berkembang, baik konsep itu muncul untuk keperluan aplikasi maupun teoritis.

Aplikasi pelabelan graf dapat dijumpai dalam berbagai bidang, diantaranya dekomposisi graf, kriptografi, teori pengkodean, radar, desain sirkuit dan desain jaringan komunikasi (Indarti & Rimirasih, 2015:18) Hingga kini dikenal beberapa jenis pelabelan pada graf, antara lain pelabelan

\*Corresponding author.

Peer review under responsibility UIN Imam Bonjol Padang.

© 2022 UIN Imam Bonjol Padang. All rights reserved.

p-ISSN: 2580-6726

e-ISSN: 2598-2133

graceful, pelabelan harmoni, pelabelan total tak beraturan, pelabelan anti Ajaib, pelabelan divisor cordial, dan sebagainya.

Pelabelan graceful awalnya didefinisikan dan dikembangkan oleh Solomon Colomb pada tahun 1972. Suatu graf  $G$  dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi adalah pelabelan graceful jika terdapat pemetaan injektif  $f: V \rightarrow \{0, 1, \dots, p\}$  sehingga  $f^*: E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, q\}$  yang didefinisikan dengan  $f^*: e_i = |f(v_j) - f(v_k)|$  dimana  $e_i = (v_j, v_k)$  merupakan pemetaan surjektif. Suatu graf  $G$  dikatakan pelabelan vertex-graceful jika ada  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p\}$  sedemikian sehingga terdapat pelabelan  $f^+: E(G) \rightarrow Z_q$  yang didefinisikan dari  $f^+: ((v_j, v_k)) \rightarrow (f(v_j) + f(v_k)) \bmod q$  yang merupakan pemetaan bijektif (Lee et al., 2005:65).

Beberapa kajian terdahulu tentang pelabelan vertex-graceful telah dilakukan diantaranya: Sin-Min Lee dalam "On vertex graceful  $(p, p+1)$  graphs" menyatakan pada graf-(5,6) terdapat tiga graf yang merupakan pelabelan vertex-graceful, pada graf-(6,7) terdapat 14 graf yang merupakan pelabelan vertex-graceful (Lee et al., 2005:67). Santhakumaran dalam "Vertex graceful labeling of some classes of graphs" menyatakan satu vertex gabungan bilangan ganjil dari salinan graf caterpillar isomorfik merupakan pelabelan vertex-graceful (Santhakumaran & Balaganesan, 2018:21). Medika dalam "Pelabelan vertex-graceful pada beberapa graf" menyatakan pada graf-(4,5) terdapat satu graf yang merupakan pelabelan vertex-graceful (Medika, 2019:54).

Pada penelitian terdahulu telah dibahas graf-(3,4), graf-(5,6) dan graf-(6,7). Penelitian ini melanjutkan kajian tentang pelabelan vertex-graceful pada graf-(6,8). Graf-(6,8) yaitu graf yang mempunyai 6 titik dan 8 sisi. Pada penelitian ini dibatasi untuk graf-(6,8) yang sederhana terhubung berhingga. Suatu graf dikatakan sederhana apabila graf tersebut tidak memuat loop atau sisi ganda. Suatu graf

dikatakan terhubung jika untuk setiap pasang titik terdapat suatu lintasan yang menghubungkan keduanya (Febrianti et al., 2019:2). Graf yang jumlah titiknya  $n$  berhingga disebut graf berhingga.

Dua graf disebut isomorfis jika keduanya menunjukkan "bentuk" yang sama. Kedua graf hanya berbeda dalam hal pemberian label titik dan sisinya saja (Siang, 2009). Dua buah graf dikatakan isomorph jika terdapat korespondensi satu-satu antara titik dikedua graf (Hartsfield & Ringel, 1990).

## METODE PENELITIAN

### Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif. Penelitian deskriptif adalah penelitian yang dimaksudkan untuk menyelidiki keadaan, kondisi atau hal lain yang sudah disebutkan, yang hasilnya dipaparkan dalam bentuk laporan penelitian (Arikunto, 2013:3). Lebih lanjut jenis penelitannya adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan kata-kata atau kalimat dari individu, buku dan sumber lain (Martono, 2016:21). Tujuan utama penelitian kualitatif adalah untuk memahami dan mengeksplorasi fenomena utama pada obyek yang diteliti, sehingga memperoleh pemahaman yang mendalam dan menemukan sesuatu yang unik (Sugiyono, 2018:23)

### Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan selama 4 (empat) bulan yang dimulai dari bulan Juli sampai dengan November 2019.

### Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah pelabelan vertex-graceful dan graf-(6,8). Sumber penelitian ada dua yaitu sumber primer dan sumber sekunder. Sumber data primer adalah buku dan literatur yang berkaitan dengan pelabelan vertex-graceful dan graf-(6,8).

Sedangkan data sekunder adalah beberapa buku, jurnal, tugas akhir dan literatur ilmiah yang mendukung dan berhubungan dengan penelitian ini.

**Prosedur**

Adapun Langkah-langkah yang digunakan dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut: (1)Terlebih dahulu peneliti akan menjabarkan konsep-konsep dasar, definisi dan notasi termasuk istilah-istilah dalam teori graf dan beberapa jenis graf serta pengertian dari pemetaan dan pelabelan secara umum; (2)Peneliti juga akan memberikan definisi pelabelan graceful, pelabelan vertex-graceful serta membahas penelitian relevan mengenai pelabelan vertex-graceful; (3)Selanjutnya, peneliti akan membahas tentang pelabelan vertex-graceful pada graf-(6,8).

**Teknik Pengumpulan Data**

Teknik yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi Pustaka (study literature), yaitu sebuah proses mencari, membaca, memahami dan menganalisis berbagai literature, hasil kajian (hasil penelitian) atau studi yang berhubungan dengan penelitian yang akan dilakukan (Martono, 2016:46). Dengan memahami beberapa buku, jurnal, tugas akhir dan Pustaka-pustaka lain yang melandasi teori tentang pelabelan vertex-graceful.

**Teknik Analisis Data**

Teknik analisis data yang digunakan adalah Teknik analisis data non statistic yaitu dengan cara dipaparkan, ditabulasi dan ditafsirkan atau disimpulkan.

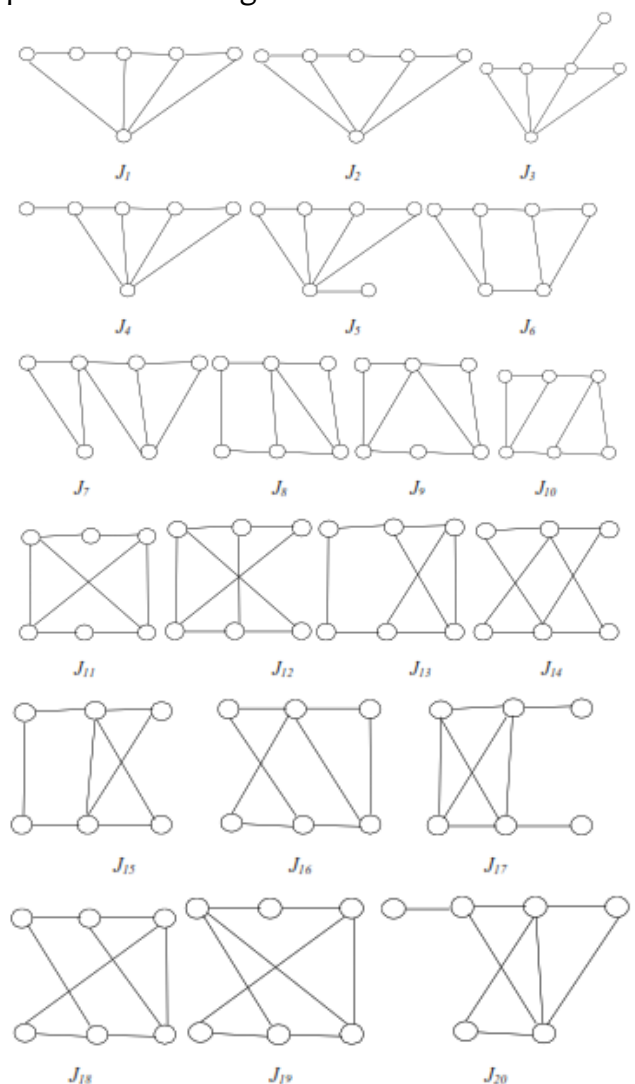
Langkah-langkah yang diambil untuk menganalisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: (1)Menentukan banyak graf yang berbeda (tidak isomorfik) pada graf-(6,8); (2)Menotasikan titik dan sisi pada graf-(6,8); (3)Menentukan segala kemungkinan susunan titik pada graf-(6,8) yang terjadi; (4)Melabeli

titik dan sisi pada graf-(6,8) sesuai dengan syarat pelabelan vertex-graceful; (5)Menganalisa pola untuk merumuskan pelabelan verte-graceful; (6)Menentukan mana graf-(6,8) yang merupakan pelabelan vertex-graceful. Dari data yang diperoleh kemudian ditarik kesimpulan mana graf-(6,8) yang merupakan pelabelan vertex-graceful.

**HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

**Teorema**

Diantara 20 graf-(6,8) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 hanya 10 graf yang merupakan pelabelan vertex-graceful.

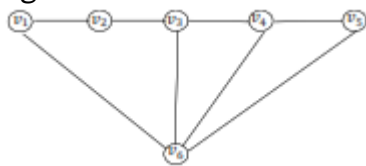


**Gambar 1. Graf-(6,8)**

**Bukti.**

Pada masing-masing graf  $J_1, J_2, \dots, J_{20}$ , karena memiliki 6 titik maka terdapat 6 faktorial yaitu 720 kemungkinan. Misalkan  $V(J_n) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

(a) Untuk graf  $J_1$



Gambar 2. Ilustrasi  $V(J_1)$

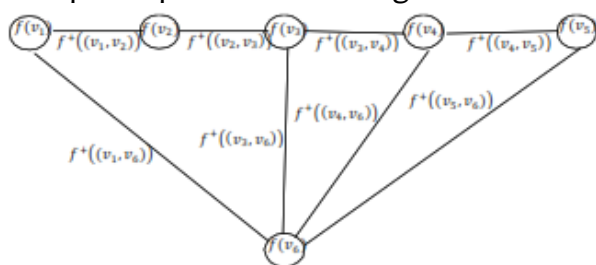
Kemungkinan pertama, definisikan  $f: V(J_1) \rightarrow \{1,2,3,4,5,6\}$ .  $v_1 \mapsto 1, v_2 \mapsto 2, v_3 \mapsto 3, v_4 \mapsto 4, v_5 \mapsto 5, v_6 \mapsto 6$ , dan  $f^+: E(J_1) \rightarrow Z_q$  dimana  $q=8$ ,

$$(v_j, v_k) \mapsto (f(v_j) + f(v_k)) \text{ mod } 8; j \neq k$$

dan  $f^+(\neg \text{mod}): E(J_1) \rightarrow \{\min\{f(v_j) + f(v_k)\}, \dots, \text{maks}\{f(v_j) + f(v_k)\}\}$

$$(v_j, v_k) \mapsto (f(v_j) + f(v_k)); j \neq k$$

Akan ditunjukkan apakah pelabelan di atas merupakan pelabelan vertex-graceful.



Gambar 3. Ilustrasi pelabelan vertex-graceful Graf  $J_1$  (I)

Dari definisi pemetaan diperoleh

$$f^+((v_1, v_2)) = (f(v_1) + f(v_2)) \text{ mod } 8 = (1 + 2) \text{ mod } 8 = 3$$

$$f^+((v_2, v_3)) = (f(v_2) + f(v_3)) \text{ mod } 8 = (2 + 3) \text{ mod } 8 = 5$$

$$f^+((v_3, v_4)) = (f(v_3) + f(v_4)) \text{ mod } 8 = (3 + 4) \text{ mod } 8 = 7$$

$$f^+((v_4, v_5)) = (f(v_4) + f(v_5)) \text{ mod } 8 = (4 + 5) \text{ mod } 8 = 1$$

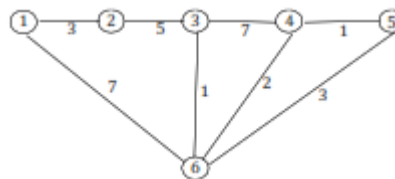
$$f^+((v_1, v_6)) = (f(v_1) + f(v_6)) \text{ mod } 8 = (1 + 6) \text{ mod } 8 = 7$$

$$f^+((v_3, v_6)) = (f(v_3) + f(v_6)) \text{ mod } 8 = (3 + 6) \text{ mod } 8 = 1$$

$$f^+((v_4, v_6)) = (f(v_4) + f(v_6)) \text{ mod } 8 = (4 + 6) \text{ mod } 8 = 2$$

$$f^+((v_5, v_6)) = (f(v_5) + f(v_6)) \text{ mod } 8 = (5 + 6) \text{ mod } 8 = 3$$

Dengan memasukkan nilai-nilai di atas, diperoleh graf yang sudah dilabeli sebagai berikut:



Gambar 4. Pelabelan vertex-graceful Graf  $J_1$  yang sudah dilabeli (I)

Karena ada beberapa sisi yang mempunyai label yang sama maka pelabelan di atas bukanlah pelabelan vertex-graceful. Pelabelan graf di atas dapat ditulis dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Pada Tabel 1 dapat dilihat kemungkinan pertama pada pelabelan vertex-graceful Graf  $J_1$ ,

Tabel 1. Pelabelan vertex-graceful Graf  $J_1$ (I)

$f$						Ket	
$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$		
1	2	3	4	5	6	Tidak	
$f^+$							
$(v_1, v_2)$	$(v_2, v_3)$	$(v_3, v_4)$	$(v_4, v_5)$	$(v_1, v_6)$	$(v_3, v_6)$	$(v_4, v_6)$	$(v_5, v_6)$
3	5	7	1	7	1	2	3

Keterangan “Tidak” berarti pelabelan tersebut bukan pelabelan vertex-graceful karena ada beberapa sisi yang mempunyai label yang sama.

Dengan cara yang sama seperti cara di atas, berikut diberikan tabel Graf  $J_1$  yang merupakan pelabelan vertex-graceful.

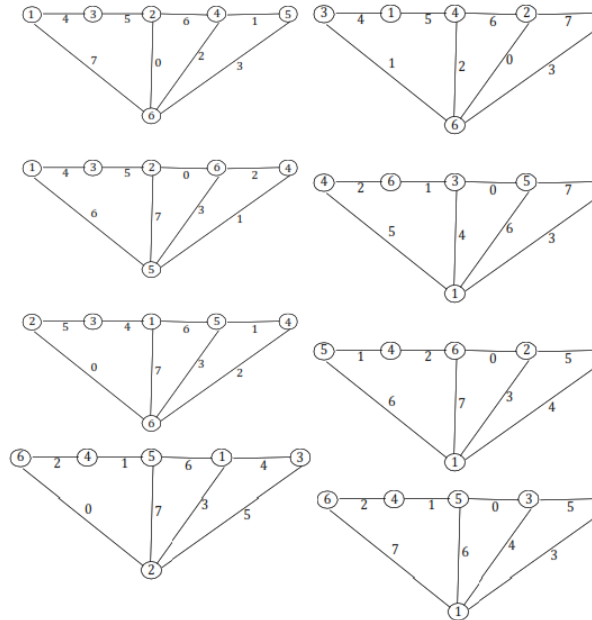
Pada Tabel 2 dapat dilihat dari 720 kemungkinan pada Graf  $J_1$  hanya 8 yang merupakan pelabelan vertex-graceful,

Tabel 2. Pelabelan vertex-graceful Graf  $J_1$

No	$f$					
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
1	1	3	2	4	5	6
2	1	3	2	6	4	5
3	2	3	1	5	4	6
4	3	1	4	2	5	6
5	4	6	3	5	2	1
6	5	4	6	2	3	1
7	6	4	5	1	3	2

8	6	4	5	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

Dari table dapat dilihat bahwa pada graf J1 terdapat 8 pelabelan vertex graceful. Gambar untuk graf J1 yang merupakan pelabelan vertex-graceful adalah sebagai berikut:



**Gambar 5. Graf J1 yang merupakan Pelabelan vertex-graceful**

Jadi. Graf J1 merupakan pelabelan vertex-graceful.

Dengan cara yang sama seperti pada Graf J1 (bagian a), untuk graf J2, J3, ..., J20 diperoleh:

- (b) Pada graf J2 tidak terdapat pelabelan vertex-graceful.
- (c) Pada graf J3 terdapat 8 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 3 di bawah ini.

**Tabel 3. Pelabelan vertex-graceful Graf J3**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	2	4	6	5	3
2	1	3	4	5	6	2
3	1	3	6	5	2	4
4	2	1	3	5	6	4
5	5	6	4	2	1	3
6	6	4	1	2	5	3
7	6	4	3	2	1	5
8	6	5	3	1	2	4

- (d) Pada graf J4 terdapat 12 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4 di bawah ini.

**Tabel 4. Pelabelan vertex-graceful Graf J4**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	3	2	4	6	5
2	1	3	2	6	5	4
3	2	3	1	6	4	5
4	2	4	1	3	5	6
5	2	6	5	1	3	4
6	3	1	4	6	2	5
7	4	6	3	1	5	2
8	5	1	2	6	4	3
9	5	3	6	4	2	1
10	5	4	6	1	3	2
11	6	4	5	1	2	3
12	6	4	5	3	1	2

- (e) Pada graf J5 terdapat 28 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 5 di bawah ini.

**Tabel 5. Pelabelan vertex-graceful Graf J5**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	2	4	6	3	5
2	1	3	2	4	6	5
3	1	3	5	6	4	2
4	1	3	6	4	2	5
5	1	5	6	4	3	2
6	2	1	3	5	4	6
7	2	3	1	5	6	4
8	2	4	1	3	6	5
9	2	4	6	5	3	1
10	2	6	4	5	1	3
11	3	1	2	6	4	5
12	3	1	4	2	6	5
13	3	1	4	6	5	2
14	3	5	4	6	1	2
15	4	2	3	1	6	5
16	4	6	3	1	2	5
17	4	6	3	5	1	2
18	4	6	5	1	3	2

19	5	1	3	2	6	4
20	5	3	1	2	4	6
21	5	3	6	4	1	2
22	5	4	6	2	1	3
23	5	6	4	2	3	1
24	6	2	1	3	4	5
25	6	4	1	3	5	2
26	6	4	2	1	3	5
27	6	4	5	3	1	2
28	6	5	3	1	4	2

(f) Pada graf J6,J7 tidak terdapat pelabelan vertex-graceful.

(g) Pada graf J8 terdapat 8 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 6 di bawah ini.

**Tabel 6. Pelabelan vertex-graceful Graf J8**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	5	4	6	2	3
2	1	6	5	4	2	3
3	2	6	4	5	1	3
4	3	6	5	2	4	1
5	4	1	2	5	3	6
6	5	1	3	2	6	4
7	6	1	2	3	5	4
8	6	2	3	1	5	4

(h) Pada graf J9,J10,...,j14 tidak terdapat pelabelan vertex-graceful.

(i) Pada graf J15 terdapat 23 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 7 di bawah ini.

**Tabel 7. Pelabelan vertex-graceful Graf J15**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	3	2	5	6	4
2	1	3	4	5	6	2
3	1	4	2	3	5	6
4	1	4	6	3	5	2
5	2	1	3	6	4	5
6	2	1	5	6	4	3
7	2	3	1	4	6	5

8	2	3	5	4	6	1
9	3	1	2	5	4	6
10	3	5	2	1	4	6
11	3	5	6	1	4	2
12	4	2	1	6	3	5
13	4	2	5	6	3	1
14	4	6	1	2	3	5
15	4	6	5	2	3	1
16	5	4	2	3	1	6
17	5	4	6	3	1	2
18	5	6	2	1	3	4
19	5	6	4	1	3	2
20	6	3	1	4	2	5
21	6	3	5	4	2	1
22	6	4	3	2	1	5
23	6	4	5	2	1	3

(j) Pada graf J16 terdapat 4 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 8 di bawah ini.

**Tabel 8. Pelabelan vertex-graceful Graf J16**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	3	1	5	2	6	4
2	3	6	2	5	1	4
3	4	1	5	2	6	3
4	4	6	2	5	1	3

(k) Pada graf J17 terdapat 24 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 9 di bawah ini.

**Tabel 9. Pelabelan vertex-graceful Graf J17**

No	f					
	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	v <sub>6</sub>
1	1	3	2	5	6	4
2	1	6	4	5	3	2
3	2	1	3	6	4	5
4	2	1	5	3	6	4
5	2	3	1	4	6	5
6	2	4	5	6	1	3
7	2	6	4	3	1	5
8	2	6	5	4	3	1
9	3	1	2	5	4	6

10	3	1	5	2	6	4
11	3	4	6	5	1	2
12	3	6	4	2	1	5
13	4	1	3	5	6	2
14	4	3	1	2	6	5
15	4	6	2	5	1	3
16	4	6	5	2	3	1
17	5	1	2	3	4	6
18	5	1	3	4	6	2
19	5	3	2	1	6	4
20	5	4	6	3	1	2
21	5	6	2	4	1	3
22	5	6	4	1	3	2
23	6	1	3	2	4	5
24	6	4	5	2	1	3

(l) Pada graf J18 terdapat 12 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 10 di bawah ini.

**Tabel 10. Pelabelan vertex-graceful Graf J18**

No	f					
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
1	1	3	5	6	4	2
2	1	5	6	4	3	2
3	1	6	4	5	3	2
4	2	4	6	5	3	1
5	2	5	3	6	4	1
6	2	6	5	4	3	1
7	5	1	2	3	4	6
8	5	2	4	1	3	6
9	5	3	1	2	4	6
10	6	1	3	2	4	5
11	6	2	1	3	4	5
12	6	4	2	1	3	5

(m) Pada graf J19 terdapat 12 pelabelan vertex-graceful. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 11 di bawah ini.

**Tabel 11. Pelabelan vertex-graceful Graf J19**

No	f					
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
1	1	5	4	3	2	6
2	1	6	4	2	3	5

3	2	5	3	1	4	6
4	2	6	4	3	1	5
5	3	1	4	6	5	2
6	3	5	4	2	1	6
7	4	2	3	5	6	1
8	4	6	3	1	2	5
9	5	1	3	4	6	2
10	5	2	4	6	3	1
11	6	1	3	5	4	2
12	6	2	3	4	5	1

(n) Pada graf J20 tidak terdapat pelabelan vertex-graceful.

**SIMPULAN DAN SARAN**

**Simpulan**

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa pada graf-(6,8) terdapat 20 graf yang tidak isomorfik, dimana terdapat 10 graf yang merupakan pelabelan vertex-graceful yaitu J1, J3, J4, J5, J8, J15, J16, J17, J18, J19.

**Saran**

Peneliti mengharapkan ada penelitian lebih lanjut dengan mengembangkan pelabelan vertex-graceful pada graf lain, misalnya graf-(7,8).

**REFERENSI**

Arikunto, S. (2013). *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Rineka Cipta.

Febrianti, F., Yulianti, L., & Narwen, N. (2019). Dimensi Metrik Pada Graf Amalgamasi Tangga Segitiga Diperumum Homogen. *Jurnal Matematika UNAND*, 8(1), 84. <https://doi.org/10.25077/jmu.8.1.84-90.2019>

Hartsfield, N., & Ringel, G. (1990). *Pearls in Graph Theory*. Academic Press.

Indarti, D., & Rimirasih, D. (2015). Pelabelan Jumlah Optimal Pada Gabungan Berhingga Graf Baling-Baling Bertangkai. *UG Jurnal*, 9(09), 18–19. <https://www.ejournal.gunadarma.ac.id/in>

dex.php/ugjournal/article/viewFile/1491/12  
52

- Lee, S.-M., Pan, Y., & Tsai, M.-C. (2005). On Vertex Graceful  $(p,p+1)$  Graphs. *Congressus Numerantium*, 172, 65–78.
- Martono, N. (2016). *Metode Penelitian Kuantitatif (Revisi 2)*. Rajawali Pers.
- Medika, G. H. (2019). Pelabelan Vertex-Graceful Pada Beberapa Graf. *Prosiding Seminar Nasional STKIP PGRI Sumatera Barat*, 54–65. <http://econference.stkip-pgri-sumbar.ac.id/index.php/matematika/IPME/paper/view/761>
- Santhakumaran, A. P., & Balaganesan, P. (2018). Vertex graceful labeling of some classes of graphs. *Proyecciones*, 37(1), 19–43. <https://doi.org/10.4067/S0716-09172018000100019>
- Siang, J. J. (2009). *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Andi Offset.
- Sugiyono. (2018). *Metode Penelitian Kualitatif*. Alfabeta.